集積の経済と都市の成長

――公債発行による公的支出の財源調達――

奈　良　　卓

目次

Ⅰ　序　　論

奈良［2008］及び奈良［2009］では，所得税率の上昇が，都市における経済成長及び土地の有効利用度を高めるか，また，社会的厚生を高めるかにつき，一般均衡動学モデル（重複世代モデル）を用いて分析した。分析を行う際，以下に示す3つの前提にしたがった。

(i)　Futagami=Morita=Shibata［1993］にしたがい，ストックとしての社会資本が，生産活動としての土地利用転換を遂行する上で外部効果として作用するような生産関数を構築し，分析した[1)]。

(ii)　社会資本の整備すなわち公共投資をファイナンスするための財源として，所得税のみを想定した。

(iii)　Diamond［1965］型の2期間重複世代モデルではなく，Weil［1989］型の無限期間重複世代モデルの枠組みで分析を行った。

上記のうち(i)の前提に立脚した理由は，土地利用転換等都市における生産活動に対する道路等社会資本の果たす役割の重要性を考慮するとともに，都市における社会資本の整備に関しては改善の余地があると考えたからである（奈良［2008］）。たとえば，道路に関して言えば，都市の中心部から郊外に向かう放射状の道路は整備されても環状道路の整備が十分とは言えず，交通渋滞を引き起こす等都市内の円滑な交通が妨げられ，生産活動の遂行を非効率化させている（東京都都市計画局［2004］）。

ゆえに，現状で整備されていない社会資本の構築をファイナンスするような公的支出を行うことは，集積効果を通じて都市の成長と経済厚生を高めるのに必要不可欠であると言える。しかるに，社会資本整備の財源も含めた公的支出の少なからぬ割合を公債（public debt）に依存しているというのが現実であり，(ii)で示したような社会資本の整備の財源を税のみに求める

八戸大学ビジネス学部

1)　最終消費財を生産する部門が従事する生産活動については，正の集積効果と負の集積効果とをあわせもつ生産関数を構築した。具体的には，Arrow［1962］, Romer［1986］及びLucus［1988］によって提唱された，知識やアイディア・ノウハウのスピルオーバーが引き起こす外部効果による生産性の向上を正の集積効果とみなし，都市への人口密集が混雑を引き起こして生産性を低下させる外部効果を負の集積効果とみなし，生産関数を構築した。

という前提は，現実的ではない[2)]。

このように，現実の経済のあり方を適切にモデルに反映するため，所得税収に加え，公債収入を公共投資等公的支出に充当するような枠組みを導入して分析する必要がある。この点，Moraga＝Vidal［2004］をはじめとする多くの先行研究では，Diamond型の重複世代モデルを用いて分析を行っている。公的支出の財源を公債に依存することが，将来の経済成長率，市場利子率等にいかなる影響を及ぼすか，公債を発行し続けることが経済社会の持続を可能ならしめるのかといった，長期的な視点に立脚することが不可欠となる。

以上で述べたような，経済成長率，市場利子率等将来にわたる資源配分の問題，また，財政の持続可能性（fiscal sustainability）の問題といった長期的な視点に立脚して分析するにふさわしい手法が，Diamond型世代モデルを用いた分析である（前出Moraga＝Vidal）が，Diamond型重複世代モデルのもと，その財源の一部を公債収入に依存して整備された社会資本が生産活動にプラスの影響を及ぼす（あるいは公共サービスが家計の消費にプラスの影響を及ぼす）フレームワークに立脚した先行研究は，前出Moraga＝Vidal及びYakita［2008］である。

Moraga＝Vidalでは，Diamond型世代モデルの枠組みを3期間（消費も労働も行わずに教育を受けるのみの幼少期，労働に従事する成年期，リタイアする老年期）に拡張した上，人的資本の蓄積が経済成長の原動力となる枠組みを構築し，定常的成長均衡の動学的安定性を分析することによって財政の持続可能性を検討した。Moraga＝Vidalにおいては，労働所得に課される税収に加え，公債収入を公共サービスと老年世代に支払う年金の財源に充てるという想定に基づいてモデルを構築し，2つの状態変数（民間資本―人的資本比率及び公債残高―人的資本比率）に関する連立差分方程式にまとめ，2つの定常的成長均衡（完全安定的な均衡及び鞍点均衡）が存在することを示した。そして，公債残高―人的資本比率の初期値が民間資本―人的資本比率の初期値に比して小さい場合には，完全安定的な均衡に収束するが，大きい場合には，公債残高―人的資本比率が無限大に発散し，財政の持続が不可能になることを示した。

Yakitaは，Bräuninger［2005］において想定されていた知識資本（knowledge capital）の蓄積が生産を効率化するという発想に基づくAK型生産関数を，社会資本を含む枠組みに拡張し，定常的成長均衡の動学的安定性を分析することによって財政の持続可能性を検討するとともに，財政上のルール変更が成長率に及ぼす影響を分析した。Yakitaにおいては，労働所得及び利子所得に課される所得税に加え，公債収入を社会資本整備の財源に充てることが想定されているが，公債発行の条件として，2つのルール（財政規律）を想定した。その1つは，公共投資のGDPに占める比率を一定とするルールであり，いま1つは，新規公債発行額を公共投資の財源の一定割合にとどめるというルールである。これらの前提に基づいて構築されたモデルを，2つの状態変数（社会資本―民間資本比率及び公債残高―民間資本比率）に関する連立差分方程式にまとめ，2つの定常的成長均衡（完全安定的な均衡及び鞍点均衡）が存在すること

---

2) 国の一般会計（平成20年度決算）において，約89兆2,000億円の歳入のうち，約33兆2,000億円相当（約37%）が公債金によって賄われている。また，社会資本整備特別会計のうち，道路整備勘定（平成20年度決算）に関しては，約12兆8,000億円の財源のうち，約2兆3,000億円相当（約18%）が一般会計及び国債整理基金特別会計からの繰り入れによって賄われている。

一般会計に関するデータについては，財務省ホームページより引用した。また，社会資本整備特別会計に関するデータについては，国土交通省ホームページより引用した。

・「財政統計」，「予算・決算」，財務省ホームページ，http://www.mof.go.jp/jouhou/syukei/zaiseitoukei.htm（2010年9月10日付）.

・「国土交通省所管　特別会計に関する情報開示」，国土交通省ホームページ，http://www.mlit.go.jp/page/kanbo01_hy_000162.html（2010年9月10日付）.

を示した。そして，公債残高―民間資本比率の初期値が社会資本―民間資本比率の初期値に比して小さい場合には，完全安定的な均衡に収束するが，大きい場合には，公債残高―民間資本比率が無限大に発散し，財政の持続が不可能になることを示した。さらに，完全安定的な均衡においては，新規公債発行―公共投資比率を削減することによって民間資本の蓄積が促され，経済成長率が高まることを示した。

公的部門の財源の一部を公債発行によって賄いつつも，社会資本が企業の生産関数に組み入れられていない，あるいは，公共サービスの消費が家計の効用関数に組み入れられていない先行研究の例として，Josten［2003］及びAnnicchiarico＝Giammarioli［2004］を挙げることができる。Josten は，失業が存在する状況のもと，所得税収及び公債収入を公的支出及び失業給付金の財源とする枠組みを構築し，様々な財政規律の実行可能性につき，それぞれのルールのもとで定常的成長均衡が存在するか否かの観点から検討した。検討の結果，公債の発行残高―資本ストック比率を一定の水準に固定するようなルールのみが実行可能であることが示された。そして，発行残高―資本ストック比率を高めることにより，経済成長率が低下することも示された。

Annicchiarico＝Giammarioli は，AK 型生産関数を想定し，所得税収及び公債収入を老年世代に給付する年金の財源とするような枠組みを構築，基礎収支黒字の GDP に対する比率の目標値及び公債残高の GDP に対する比率の目標値に関するルール（財政規律）を課し[3]，状態変数の初期値等に関する数値解析によって目標値の達成に要する期間を算定した。

以上で示した先行研究においては，財政の持続可能性の問題については検討され，一定の結論が得られているが，生産関数に土地が入っておらず，生産手段としての土地の果たす役割，また，生産手段及び資産としての土地の希少性が考慮されていない。特に，都市の生産活動及び資産選択行動を念頭におく場合，土地は希少な資源である。そして，この点を考慮すると，都市を分析対象とするならば，土地を本源的生産要素として含めるモデルを構築することによって分析する必要がある。

本論では，奈良［2008］及び奈良［2009］と同様, 土地を生産要素としてあつかうとともに，生産的土地と遊休地が共存することを想定する。そして，資産としての土地の利用形態（生産的土地か，遊休地か）を選択する主体は家計であり，生産活動としての土地の利用転換に社会資本を利用することが可能であることを想定し，所得税のみならず公債発行による収入をもって，かかる社会資本を整備するための財源とするフレームワークを導入する。そして，所得税率，あるいは公債発行等に関する財政規律（fiscal rules）に関する政策パラメータの変更が，長期的均衡における経済成長率，土地の有効利用度といった資源配分にいかなる影響を及ぼすか，ひいては社会的厚生にいかなる影響を及ぼすかを分析する。分析を行うに際しては，先行研究にしたがい，Diamond 型重複世代モデルにしたがう[4]。

---

3) Annicchiarico＝Giammarioli［2004］における財政規律のあり方については，Marin［2002］のアイディアに立脚しているが，次のように表される。はじめに，$sp(t)$ 及び $\tilde{b}(t)$ をそれぞれ，基礎収支黒字―GDP 比率及び公債残高―GDP 比率とおく。このとき，

$$sp(t)=sp(t-1)+u(\tilde{b}(t)-\tilde{b}^*)-v(sp(t-1)-sp^*)$$

と，表される。ただし，$u>0, v>0$ であり，$\tilde{b}^*, sp^*$ は，それぞれの目標値を表す。

4) 前出奈良［2008］及び同［2009］では，Weil 型無限期間重複世代モデルの枠組みのもと，「資産として土地を保有する家計は，次の期に新たな資産選択を行うに先立ち，いったん利用転換を行ったうえで土地を売却する」というルールを構築し，生産活動に供される土地（生産的土地）と供されない土地（遊休地）が共存すること，及び資産としての土地の利用形態を毎期選択することを可能ならしめた。確かに，定常的成長均衡の動学的安定性を論じる等精緻な分析を行うに際しては，Diamond が構築した離散時間モ

本論文における次章以下の構成は以下のとおりである。次の II では，基本的なフレームワークを示し，III では経済を規定する動学体系を導出する。IV では，財政規律が経済成長率に及ぼす影響を解析的に導出するとともに，社会的厚生についても言及する。最後の V では，結論及び今後の課題を述べる。

II　モ　デ　ル

閉鎖的な単一の都市において，企業及び家計の各時点における行動決定と市場での取引から，土地利用転換を効率的に行うための公共投資の財源とすべく，政府が家計に対して所得税を課すことを考慮した短期均衡式導出までのプロセスを説明することとする。そして，経済主体の行動を，Annicchiarico and Giammarioli［2004］と同様，Diamond［1965］によって提示された 2 期間重複世代モデルの枠組みで論じる。

1.　企業の行動

完全競争の仮定のもと，両地域とも生産活動を行う部門として，合成財部門及び土地利用転換サービス部門を想定する。ただし，労働人口は時間を通じて一定（N）であることを仮定する。

（1）　製造業部門

合成財部門は実物資本，土地及び労働を用いて日常生活に必要なあらゆる財，すなわち合成財（composite good）及び実物資本の生産を行う。ただし，合成財部門が生産する実物資本（以後，社会資本と区別するため，民間資本と表示する）は，実物資本及び知識資本両者の側面を併せもつ。第 t 期における代表的企業の生産物を $\hat{y}_m(t)$ とし，また，合成財部門の生産活動に使用される土地（以下，産業用地と表示する）及び合成財部門に投入される労働力をそれぞれ $\hat{k}_m(t), \hat{l}_m(t), \hat{n}_m(t)$ として，次の Cobb-Douglas 型の生産関数を想定する。

$$(2\text{-}4)\quad \hat{y}_m(t)=F(\hat{k}_m(t), \hat{l}_m(t), \hat{n}_m(t)) =A\hat{k}_m(t)^x\hat{l}_m(t)^z\hat{n}_m(t)^\omega K_m(t)^\lambda N^\varepsilon,$$
$$0<x<1, 0<z<1, 0<\omega<1,$$
$$x+z+\omega=1, \lambda>0, \varepsilon<0.$$

上記（2-4）における $K_m(t)^\lambda$ は，経済全体に存在する民間資本が生産活動にもたらす正の外部効果（集積の経済）であり，N^ε は，都市人口の増大が生産活動にもたらす負の外部効果（集積の不経済）であるものとする。ここに，両地域とも企業規模は等しく，企業数は人口 N に等しいものとする。また，$K_m(t), L_m(t), N_m(t)$ を，それぞれ民間資本の総量，合成財部門の生産活動に使用される土地（産業用地）の水準及び労働力の水準であるものとすると，以下（2-5）が成立する。

$$(2\text{-}5)\quad K_m(t)=N\hat{k}_m(t), L_m(t)=N\hat{l}_m(t), N_m(t)=N\hat{n}_m(t).$$

いま，$\lambda=1-x, \varepsilon=-\omega$ とおくと，生産関数（2-4）は，以下（2-4′）のように書き換えられる。

$$(2\text{-}4')\quad Y_m(t)=AL_m(t)^z n_m(t)^\omega K_m(t).$$

ただし，$Y_m(t)$ は経済全体における合成財部門の生産水準であり，$n_m(t)\equiv N_m(t)/N$ は，総人口 N に占める合成財部門に雇用される労働力の水準 $N_m(t)$ の割合である。

次に，合成財及び民間資本の価格を 1 とする（numeraire）。また，資本レンタル率，地代，合成財部門における名目労働賃金率を，それぞれ $r_m(t), \pi_m(t), w_m(t)$ とおくと，合成財部門の利潤最大化行動により，以下（2-6）～（2-8）が導かれる。

$$(2\text{-}6)\quad r_m(t)=xAL_m(t)^z n_m(t)^\omega,$$
$$(2\text{-}7)\quad \pi_m(t)=zAL_m(t)^{z-1} n_m(t)^\omega K_m(t),$$

デルよりも Weil が構築した連続時間モデルの方が，技術的にあつかいやすい。しかるに，死ぬわけでもないのに，一定期間ごとに土地をいったん売却しなければならないとするルールを設けることは，明らかに現実の土地取引のあり方に反する。この点も，本論において Diamond 型世代モデルを採用する理由である。

(2-8)　$w_m(t)=\omega AL_m(t)^z n_m(t)^{\omega-1}K_m(t)N^{-1}.$

(2)　土地利用転換サービス部門

土地の用途選択はその時点の土地所有者によって行われるため，生産的土地（産業用地）については毎期売却の際に更地へ利用転換することとなる。そこで，土地の利用転換に専業する部門，すなわち，土地利用転換サービス部門の存在を仮定する。土地の利用転換を行う際の本源的な生産要素は労働力であるが，その際，Barro［1990］が想定するようなフローとしての行政サービスではなく，ストックとしての社会資本を無償で利用することができるものとする。いま，第 t 期に提供される土地利用転換サービスの総量を $Y_b(t)$，投入される労働力及びその労働力全体に占める割合を，それぞれ $N_b(t)$ 及び $n_b(t)$ として，また，土地を利用転換するに際して利用可能な社会資本ストックの水準を $G(t)$ として次に示すような簡単な生産関数を仮定する。

(2-9)　$$Y_b(t)=BN_b(t)\left(\frac{G(t)}{N(t)}\right)=Bn_b(t)G(t),\quad B>0.$$

上記は，土地利用転換サービス1単位の生産に必要な労働力は，$N(t)/BG(t)$ であることを意味する。すなわち，前出 Futagami=Morita=Shibata らが想定しているように，ストックとしての公共資本は，人口増加に伴う混雑によって生産活動に資するサービス水準が低下する。いま，効率単位で測った1単位の産業用地の利用転換に，1単位のサービスを投入するものとする。また，土地利用転換サービスについては，$L_m^*(t)\equiv K_m(t)L_m(t)$ を効率単位で測った合成財部門の生産活動に投入される土地の水準として，土地利用転換サービスの需給均衡式は，以下（2-10）で与えられる。

(2-10)　$L_m^*(t)=Bn_b(t)G(t).$

上記を，$g(t)\equiv G(t)/K_m(t)$（社会資本―民間資本比率）として，以下（2-10′）のように書き換えることができる。

(2-10′)　$L_m(t)=Bn_b(t)g(t).$

いま，土地利用転換サービス1単位の価格を $p_b(t)$，土地利用転換部門における名目賃金を $w_b(t)$，同部門の第 t 期における利潤は，労働力 $N_b(t)$ の関数として，

$$\Pi_b(N_b(t))=p_b(t)BN_b(t)\left(\frac{G(t)}{N(t)}\right)-w_b(t)N_b(t)$$

と表わされる。ゆえに，サービス生産量が正になるような完全競争均衡は，次である。

(2-11)　$w_b(t)N(t)=Bp_b(t)G(t).$

2.　家計の行動

各家計は若年期において，非弾力的に1単位の労働力を提供し，稼得する労働所得の一部を消費に充て，他の部分を貯蓄に回し，老年期の消費に備える。若年期と老年期の消費配分は自らの生涯効用を最大化するよう決定する。また，家計は貯蓄を原資として，完全予見（Perfect Foresight）の仮定のもと，民間資本，公債（Public Debt），2種類の土地（生産的土地，遊休地）の計4種類のいずれかを選択し，資産市場で運用する。ここで $c^y(t), c^o(t)$ を，それぞれ若年期，老年期における合成財の消費水準，また，$0<\rho<1$ を消費に関する世代間の割引率を表わすものとして，以下（2-12）の効用関数を与えておく。

(2-12)　$$U(c^y(t), c^o(t))=\log c^y(t)+\frac{1}{1+\rho}\log c^o(t)$$

ここに，所得税を導入する。所得税は，労働所得であるか，利子所得であるかを問わず，すべての所得に対し，一定の税率 θ で課されるものとする。以上の仮定に基づき，各家計の若年期及び老年期の予算制約式は，市場利子率を $r(t)$ とし，第 t 期の貯蓄を $s(t)$ として，次のように表わされる。

(2-13)　$c^y(t)+s(t)=(1-\theta)w_t$

(2-14)　$[1+(1-\theta)r(t+1)]s(t)=c^o(t)$

また，(2-13)，(2-14) より，世代間の予算制約式

(2-15)　$c^y(t)+\dfrac{c^o(t)}{1+(1-\theta)r(t+1)}$
$=(1-\theta)w(t)$

のもとで，各家計は (2-12) を最大化し，1階条件 (2-16) を得る。

(2-16)　$(1+\rho)c^o(t)$
$=[1+(1-\theta)r(t+1)]c^y(t).$

以上 (2-16) を，(2-13)，(2-14) に適用することにより，以下 (2-17a)～(2-17c) を得る。

(2-17a)　$c^y(t)=\dfrac{1+\rho}{2+\rho}(1-\theta)w(t),$

(2-17b)　$c^o(t)=\dfrac{1+(1-\theta)r(t+1)}{2+\rho}$
$(1-\theta)w(t),$

(2-17c)　$s(t)=\dfrac{1}{2+\rho}(1-\theta)w(t).$

上記 (2-17a)～(2-17c) は，それぞれ，各家計による若年期の消費，老年期の消費及び貯蓄を表すものあるが，これらを経済全体で集計すると，以下のようになる。

(2-17a′)　$C^y(t)=\dfrac{1+\rho}{2+\rho}(1-\theta)w(t)N,$

(2-17b′)　$C^o(t)=\dfrac{1+(1-\theta)r(t+1)}{2+\rho}$
$(1-\theta)w(t)N,$

(2-17c′)　$S(t)=\dfrac{1}{2+\rho}(1-\theta)w(t)N.$

3.　市場均衡

(1)　労働市場

労働人口が総人口に等しいNであり，しかもこのモデルにおける産業は，合成財部門及び土地利用転換部門の2部門のみであるから，以下の労働市場の需給均衡式が成立する。

(2-18)　$N_m(t)+N_b(t)=N.$

この (2-18) の両辺を N で除すると，以下 (2-18′) が得られる。

(2-18′)　$n_m(t)+n_b(t)=1.$

次に地域内の労働市場における裁定条件は，これら2部門における貨幣賃金率が等しくなること ($w(t)=w_m(t)=w_b(t)$) であるから，以下 (2-19) が成立する。

(2-19)　$w(t)=\omega AL_m(t)^z n_m(t)^{\omega-1}$
$K_m(t)N(t)^{-1}$
$=Bp_b(t)G(t)N(t)^{-1}.$

(2)　土地市場

いま，$L_v(t)$ を t 期における遊休地として，以下の土地市場における需給均衡式を得る。

(2-20)　$L_m(t)+L_v(t)=L.$

(3)　資産市場

2期間重複世代モデルの仮定に基づき，家計は，若年期末に貯蓄を資産の購入に充当する。また，家計が保有する資産は民間資本，土地（産業用地及び遊休地）及び公債であるから，$B(t)$ を公債残高，$q(t)$ を各用途共通の土地価格として，以下の資産市場の需給均衡式 (2-21) が成立する。

(2-21)　$S(t)=K_m(t+1)+B(t+1)+q(t)L.$

いま，民間資本は，合成財部門において生産され，その価格は1に基準化されているから，完全予見の仮定のもと，資産を民間資本として運用した場合と預金等で運用した場合の裁定条件は，それぞれの収益率が等しくなること，すなわち，$r(t)=r_m(t)$ であるから，(2-6) により，以下 (2-22) で表わされる。

(2-22)　$r(t)=xAL_m(t)^z n_m(t)^{\omega}.$

また，資産を預金等で運用した場合と遊休地として運用した場合の裁定条件は，以下 (2-23) で表わされる。

(2-23)　$r(t+1)=\dfrac{q(t+1)-q(t)}{q(t)}.$

また，資産を様々な用途の土地で運用した場合

の裁定条件は，以下（2-24）のように，効率単位で測った産業用地の地代 $\pi_m^*(t)=\pi_m(t)/K_m(t)$ が家計の負担する利用転換費用に等しくなることである。

(2-24)　$\pi_m^*(t)=p_b(t).$

（4）　政府部門

政府は，公債収入及び住民から徴収した所得税収をもって，公共投資，公債の元利償還に充当する。すなわち，

(2-25)　$B(t+1)=(1+r(t))B(t)+[G(t+1)-G(t)]-\theta[w(t)N+r(t)S(t-1)].$

上記（2-25）の左辺は，第 t+1 期における公債残高を表す。また，右辺第 1 項は，前期（第 t 期）に発行した公債の元利償還を表す。さらに，右辺第 2 項及び第 3 項はそれぞれ，公共投資及び税収を表す。ゆえに，第 2 項から第 3 項を減じたものは基礎収支赤字を意味する。

ここで，政府は以下（2-26）で表される財政規律（Fiscal Rules）に従うことを仮定する[5)]。

(2-26)　$B(t)=\varepsilon[Y_m(t)+Y_b(t)],\ 0<\varepsilon<1.$

（5）　財市場

公共投資も既存の資源を費消して行われることから，以下の財市場均衡式が得られる。

(2-27)　$Y_m(t)=C^y(t)+C^o(t-1)+K_m(t+1)-K_m(t)+G(t+1)-G(t).$

5)　本論のような公債発行によって政府支出を賄うような枠組みを構築して議論する場合，モデルを閉じるため，（2-26）で表されるような財政規律を設け，定式化することは必要不可欠である。（2-26）で表される以外の財政規律の定式化の例として，たとえば以下がありうる。

(a-1)　$B(t+1)-B(t)=\varepsilon[Y_m(t)+Y_b(t)],\ 0<\varepsilon<1.$

上記 (a-1) は，新規発行残高と GDP の比率に関するルールである。しかるに，この (a-1) をもとに，議論を進めることにより，定常的成長均衡の存在と一意性，財政政策に関するパラメータ（所得税率 θ 及び公債—GDP 比率 ε）を変更することが経済成長率等に及ぼす影響に関する結論は本質的に変わらない。

III　動 学 体 系

1.　動学体系の構築に向けて（モデルの整理）

ここでは，本モデルにおける 4 つの状態変数 $K_m(t), B(t), G(t), q(t)$ を決定する差分方程式体系すなわち動学体系を導出する。

はじめに，(2-7) 及び (2-24) より，以下 (3-1) が得られる。

(3-1)　$p_b(t)=zAL_m(t)^{z-1}n_m(t)^{\omega}.$

$g(t)=G(t)/K_m(t)$ を考慮しつつ，及び（2-19）より，$p_b(t)$ を消去して変形すると，

(3-2)　$n_m(t)=\dfrac{\omega}{zB}L_m(t)g(t)^{-1}$

が得られるが，この（3-2）及び（2-10′）を，（2-18′）に適用すると，以下（3-3）のように，$L_m(t)$ が $g(t)$ の単調増加関数となる。すなわち，民間資本—社会資本比率が増大すれば土地の有効利用度が高まることがわかる。

(3-3)　$L_m(t)=\dfrac{zB}{\omega+z}g(t)\equiv L_m[g(t)].$

この（3-3）を（3-2）に適用することにより，$n_m(t)$ については，時点 t によらない一定値 n_m をとることがわかる。すなわち，

(3-4)　$n_m(t)=\dfrac{\omega}{\omega+z}\equiv n_m.$

また，この（3-4）より，合成財部門に雇用される労働力の割合 $n_m(t)$ 及び土地利用転換サービス部門に雇用される労働力の割合 $n_b(t)$ はともに，時点 t によらず，毎期 0 と 1 との間に決定されることがわかる。

次に，(3-3) 及び (3-4) を (2-22) に適用することにより，市場利子率 $r(t)$ については，民間資本—社会資本比率 $g(t)$ のみの関数となることがわかる。すなわち，

(3-5)　$r(t)=xA\left(\dfrac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega}\left(\dfrac{zB}{\omega+z}\right)^{z}g(t)^{z}\equiv r[g(t)]$

が成立する。

また，(3-3) 及び (3-4) を (2-7) 及び (2-8)

に適用することにより，産業用地の地代 $\pi_m(t)$ 及び労働賃金の総計 $w(t)N(t)$ が，いずれも民間資本の水準 $K_m(t)$ の増加関数として表わされることがわかる。すなわち，

$$(3\text{-}6)\quad \pi_m(t)=zA\left(\frac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega}\left(\frac{zB}{\omega+z}\right)^{z-1}K_m(t)g(t)^{z-1},$$

$$(3\text{-}7)\quad w(t)N=\omega A\left(\frac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega-1}\left(\frac{zB}{\omega+z}\right)^{z}K_m(t)g(t)^{z}.$$

さらに，生産関数（2-4′）は，(3-3）及び（3-4）を適用することによって，以下（3-8）のように書き換えることができる。

$$(3\text{-}8)\quad Y_m(t)=A\left(\frac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega}\left(\frac{zB}{\omega+z}\right)^{z}K_m(t)g(t)^{z}\equiv\hat{A}g(t)^{z}K_m(t).$$

ただし，

$$(3\text{-}9)\quad \hat{A}=A\left(\frac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega}\left(\frac{zB}{\omega+z}\right)^{z}$$

である。すなわち，合成財の生産水準 $Y_m(t)$ は，$L_m(t)$ 及び $n_m(t)$ が時間を通じて一定であることにより，民間資本―社会資本比率 $g(t)$ 及び民間資本の水準 K_m のみに依存して決まる。

さらに，(3-3）を考慮しつつ，(3-9）を（3-6）に適用することにより，それぞれ，以下（3-6′）が得られる。

$$(3\text{-}6')\quad \pi_m(t)L_m(t)=z\hat{A}K_m(t)g(t)^{z}.$$

最後に，(3-9）を（3-7）に適用することにより，以下（3-7′）が得られる。

$$(3\text{-}7')\quad w(t)N=(1-x)\hat{A}K_m(t)g(t)^{z}.$$

2.　定常的成長均衡

(1)　定常的成長均衡の定義

本論における定常的成長均衡は，生産水準 $Y_m(t)$，消費水準 $C^y(t)$，$C^o(t)$，民間資本 $K_m(t)$，社会資本 $G(t)$，公債残高 $B(t)$ さらには土地価格 $q(t)$ が時間を通じて同一の率で成長するような均衡である。そこで，経済全体における定常状態での成長率を γ とおくと，（2-23）及び（3-5）より γ は，以下（3-10）で与えられる。

$$(3\text{-}10)\quad \gamma[g(t)]=r[g(t)]=xA\left(\frac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega}\left(\frac{zB}{\omega+z}\right)^{z}g(t)^{z}\left(=x\hat{A}g(t)^{z}\right).$$

(2)　動学体系の構築

いま，$\nu(t)\equiv q(t)L/K_m(t)$ 及び $b(t)\equiv B(t)/K_m(t)$ とおく。このとき，(2-9)，(2-17c′)，(2-26)，（3-8）及びを考慮しつつ，（2-21）の両辺を $K_m(t)$ で除することにより，以下（3-11）を得る。

$$(3\text{-}11)\quad \frac{K_m(t+1)}{K_m(t)}=\frac{1}{(2+\rho)[1+\varepsilon\phi(g(t+1))]}\{(1-\theta)(1-x)\hat{A}g(t)^{z}-(2+\rho)\nu(t)\}\equiv f(g(t),\ g(t+1),\ \nu(t)).$$

ただし，

$$(3\text{-}12)\quad \varepsilon\phi(g(t))=\varepsilon\left[\hat{A}g(t)^{z}+\frac{zB}{\omega+z}g(t)\right]=b(t).$$

次に，（2-23）の両辺に $q(t)L$ を乗じ，（3-5）及び（3-11）を適用すると，以下（3-13）を得る。

$$(3\text{-}13)\quad f(g(t),g(t+1),\nu(t))\nu(t+1)=(1+x\hat{A}g(t+1)^{z})\nu(t)$$

さらに，（3-11）を考慮しつつ，（2-25）の両辺を $K_m(t)$ で除することにより，以下を得る。

$$(3\text{-}14)\quad f(g(t),g(t+1),\nu(t))[g(t+1)-\varepsilon\phi(g(t+1))]=-(1+x\hat{A}g(t)^{z})\varepsilon\phi(g(t))+g(t)+\theta\left\{(1-x)\hat{A}g(t)^{z}+x\hat{A}g(t)^{z}[1+\varepsilon\phi(g(t))]+\frac{x\hat{A}g(t)^{z}\nu(t)}{1+x\hat{A}g(t)^{z}}\right\}.$$

以上で示した差分方程式（3-13）及び（3-14）が，2つの状態変数 $g(t)$ 及び $\nu(t)$ に関する完全な動学体系を構成する。いま1つの状態変数 $b(t)$ は，（3-12）により，$g(t)$ の値に応じて一意に決定されることがわかる。2つの状態変数のうち，$g(t)$ は先決変数である。また，$\nu(t)$ は非先決変数であり，完全予見の仮定のもと，来期の値の予測に基づいて今期の値が決定される[6]。

本論における動学体系は，先決変数，非先決変数，それぞれ1つずつによって構成されることから，定常的成長均衡 (g, ν) に収束する解経路が一意である場合，社会資本―民間資本比率に関する任意の初期値 $(g(0)=G(0)/K(0))$ のもと，地価の初期値 $q(0)$ を，一期先の値 $q(1)$ の予測値を参照しつつ，適切に選択することにより，民間資本，社会資本，公債残高及び地価がいずれも市場利子率に等しい値で成長するような定常的成長均衡に収束することが示される。この場合，財政上も持続可能性の問題（公債残高が他のストック変数の増加を上回るペースで増加し，生産活動及び家計の消費が圧迫されることがないという意味での持続可能性の問題）がクリアされる。

しかるに，差分方程式（3-13）及び（3-14）が非常に複雑な形状であるがゆえに，動学に関する精緻な議論は捨象する。すなわち，差分方程式（3-13）及び（3-14）によって，$g(t)$ 及び $\nu(t)$ が毎期適切な値に決定され，定常的成長均衡 (g, ν) に収束する解経路が一意に存在することを前提に以後の議論を進める[7]。

[6] 本論における本来の状態変数は $K_m(t)$，$G(t)$，$B(t)$ 及び $q(t)$ であるが，これら4つの状態変数は，4つの方程式，（2-21），（2-23），（2-25），（2-26）にしたがって毎期決定される。尚，4つの状態変数のうち，$K_m(t)$，$G(t)$，$B(t)$ が先決変数であり，非先決変数は，$q(t)$ のみである。

[7] 定常的成長均衡 (g, ν) に収束する解経路が一意であることを示すには，差分方程式（3-13）及び（3-14）を定常的成長均衡 (g, ν) の近傍で線形近似することによって定数係数2元連立差分方程式を構築し，そのヤコビアン行列の固有値を求めるための特性方程式の2つの解のうち安定解（実数解を想定するならば，その絶対値が0と1の間の値をとる解）が1つのみであることを示す必要がある（Blanchard=Kahn［1980］）。

（3）　定常的成長均衡の存在と一意性

定常的成長均衡においては，状態変数 $g(t)$，$\nu(t)$ 及び $b(t)$ が常に一定の値をとる。つまり，$g(t+1)=g(t)=g$, $\nu(t+1)=\nu(t)=\nu$, $b(t+1)=b(t)=b$。

定常的成長均衡における民間資本の粗成長率は，（3-11）より，以下（3-15）のようになることがわかる。

$$\text{(3-15)}\quad \frac{K_m(t+1)}{K_m(t)}=\frac{1}{(2+\rho)[1+\varepsilon\phi(g)]}\{(1-\theta)(1-x)\hat{A}g^z-(2+\rho)\nu\}\equiv f(g,\nu).$$

ただし，

$$\text{(3-16)}\quad b=\varepsilon\phi(g)=\varepsilon\left[\hat{A}g^z+\frac{zB}{\omega+z}g\right].$$

また，（3-13）より，

$$\text{(3-17)}\quad f(g,\nu)=1+x\hat{A}g^z.$$

さらに，（3-17）を考慮しつつ，（3-14）より，

$$\text{(3-18)}\quad (1+x\hat{A}g^z)xg=\theta\{(1-x)(1+x\hat{A}g^z)+x(1+x\hat{A}g^z)[1+\varepsilon\phi(g)]+x\nu\}$$

を得る。ここで，（3-16），（3-17）より，

$$\text{(3-19)}\quad \nu=\frac{(1-\theta)(1-x)}{(2+\rho)}\hat{A}g^z-[1+\varepsilon\phi(g)](1+x\hat{A}g^z)$$

が得られるが，この（3-19）を（3-18）に適用して整理すると，以下（3-20）が導出される。

$$\text{(3-20)}\quad (2+\rho)(1+x\hat{A}g^z)xg=\theta(1-x)\{[(2+\rho)+(1-\theta)]x\hat{A}g^z+(2+\rho)\}.$$

以上，（3-20）で定常状態における社会資本―民間資本比率 (g) が決定され，これをもとに，（3-19）で ν が決定される。さらに，（3-16）で b が決定される。

はじめに，定常状態における社会資本―民間資本比率 $(g>0)$ の存在と一意性に関し，以下の定理 3-1 が成り立つ。

定理 3-1　$\theta>0$ である限りにおいて，定常状態における社会資本―民間資本比率 $(g>0)$ が存在し，しかも一意に決定される。

（証明）　g を導出するための方程式（3-20）の左辺及び右辺を，それぞれ $\varphi_1(g)$, $\varphi_2(g)$ とおく。すなわち，

(3-21a)　$\varphi_1(g)=(2+\rho)(1+x\hat{A}g^z)xg,$

(3-21b)　$\varphi_2(g)=\theta(1-x)\{[(2+\rho)+(1-\theta)]x\hat{A}g^z+(2+\rho)\}.$

上記（3-21a）に関し，

(3-22a)　$\varphi_1(0)=0,\ \varphi_1'(g)>0,\ \varphi_1''(g)>0$

が成立する。また，（3-21b）に関し，

(3-22b)　$\varphi_2(0)=\theta(1-x)(2+\rho)>0,$
$\varphi_2'(g)>0,\ \varphi_2''(g)<0$

が成立する。

以上（3-22a）及び（3-22b）により，$\theta>0$ である限りにおいて $g>0$ が存在し，しかも一意に決定されることがわかる。

（証明了）

以下，$g>0$ の存在と一意性に関する図 III-1 を示す。

次に，定理 3-1 が成立する前提のもとにおける定常的成長均衡における $b>0$ 及び $\nu>0$ の存在と一意性に関して，以下の定理 3-2 が成立する。

定理 3-2　定常状態における社会資本―民間資本比率 $(g>0)$ が一意に存在する限りにおいて，公債―民間資本比率 $(b>0)$ の存在と一意性も保証される。また，定常状態における土地―民間資本比率 $(\nu>0)$ が一意に存在するための必要十分条件は，以下の（3-23）で与えられる。

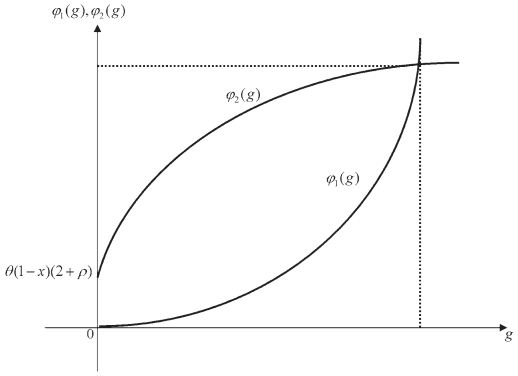

図 III-1　$g>0$ の存在と一意性

(3-23)　$b<\dfrac{g}{\theta}-\dfrac{1}{x}$

（証明）　定理の前半部分については，（3-16）より自明である。定理の後半部分については，（3-20）を（3-19）の右辺に適用することにより，

$$\nu=(1+x\hat{A}g^z)\left(\frac{g}{\theta}-\frac{1}{x}-\varepsilon\phi(g)\right)$$
$$=(1+x\hat{A}g^z)\left(\frac{g}{\theta}-\frac{1}{x}-b\right)$$

が成立することから自明である。

（証明了）

上記の定理 3-2 において，$\nu>0$ が一意に存在するための必要十分条件（3-23）は，公債の残高（あるいは新規発行額）が社会資本―民間資本比率の値に対して一定水準以下の値をとるべきであることを意味する。

IV　公債発行，公共投資と経済成長及び社会的厚生

1.　民間資本―社会資本比率と経済成長率

直前の III で，3 つの状態変数 $g(t)$，$\nu(t)$ 及び $b(t)$ に関する動学体系を導出し，定常的成長均衡 (g, ν, b) の存在と一意性を示した（定理 3-1 及び定理 3-2）。

ここに定常的成長均衡における民間資本―社

会資本比率 g を求める式（3-20）を，以下に改めて（4-1）として再掲する。

(4-1)　$(2+\rho)(1+x\hat{A}g^z)xg$
$=\theta(1-x)\{[(2+\rho)+(1-\theta)]x\hat{A}g^z$
$+(2+\rho)\}.$

定常的成長均衡に収束した後には，生産水準 $Y_m(t)$，消費水準 $C^y(t)$，$C^o(t)$，民間資本 $K_m(t)$，社会資本 $G(t)$，公債残高 $B(t)$ さらには土地価格 $q(t)$ が時間を通じて以下（4-2）で表わされるような一定率 $\gamma(g)$ で成長することになる。また，$\gamma(g)$ は，市場利子率 $r(g)$ の値に等しい。

(4-2)　$\gamma(g)=xA\left(\frac{\omega}{\omega+z}\right)^{\omega}\left(\frac{zB}{\omega+z}\right)^{z}g^z$
$(=x\hat{A}g^z)=r(g).$

さらに，（3-3）より，生産的な用途に利用される土地の水準 $L_m(t)$ も以下（4-3）で表わされるように，定常的成長均衡に収束した後には一定の値をとることがわかる。

(4-3)　$L_m=\frac{zB}{\omega+z}g=L_m(g).$

ここで（4-1）に基づき，政策に関するパラメータ θ（所得税率）及び ε（公債—GDP 比率）が，社会資本—民間資本比率 g に及ぼす影響について比較静学分析によって検討した結果を，以下の補題 4-1 として提示する。

補題 4-1　所得税率 θ を高めることによって社会資本—民間資本比率 g の値は増大するとともに，公債—民間資本比率 (b) の値も増大する。また，公債—GDP 比率 ε を高めることによって社会資本—民間資本比率 g の値は影響を受けない。

（証明）（4-1）の両辺を θ で全微分して整理すると，

$(2+\rho)\{(1-z)(1+x\hat{A}g^z)xg+zx\hat{A}g^z$
$+\theta z(1-x)\}\frac{dg}{d\theta}=(1-x)\{[(2+\rho)$
$+(1-\theta)]x\hat{A}g^z+(2+\rho)\}$

が成立するが，左辺の $dg/d\theta$ にかかる係数及び右辺とも正であることから，$dg/d\theta>0$ が成り立つことがわかる。他方，（3-16）より，$db/d\theta>0$ も明らかであり，補題の前半部分がしたがう。

補題の後半部分については，（4-1）より自明である。

（証明了）

上記補題 4-1 が成り立つことは，所得税率 θ の上昇によって，図 III-1 における $\varphi_2(g)$ が上方シフトすることからもわかる。

次に，政策に関するパラメータ θ（所得税率）及び ε（公債—GDP 比率）が，定常的成長均衡における経済成長率 $\gamma(g)$ 及び土地の有効利用度に及ぼす影響に関し，以下の定理 4-2 を与える。

定理 4-2　所得税率 θ を高めることによって定常的成長均衡における経済成長率 $\gamma(g)$ の値，また，生産的土地の割合は増大する。また，公債—GDP 比率 ε を高めることによって経済成長率 $\gamma(g)$ 及び生産的土地の割合は影響を受けない。

（証明）　所得税率 θ を高めることが経済成長率 $\gamma(g)$ に及ぼす影響については，補題 4-1 及び（4-2）より明らかである。また，生産的土地の割合に及ぼす影響については補題 4-1 及び（4-3）より明らかである。定理の後半部分についても同様である。

（証明了）

2.　経済成長率と社会的厚生

ここでは，奈良［2001］及び奈良［2003］したがい，財政規律の変更が長期的な社会的厚生

に及ぼす影響を分析する。すなわち，本論が内生成長モデルに立脚していることを考慮した場合，社会的厚生が改善されるか否かを判断するにあたって以下の基準を設定する[8]。

基準 4-1

社会的厚生の改善度を計測する尺度として，新たに，

$$(4\text{-}4)\quad \sigma_U = \exp[U(c^y(t+1), c^o(t+1)) - U(c^y(t+1), c^o(t+1))] = \exp(U(t+1) - U(t))$$

を導入する。また，この尺度を適用するに際し，定常的成長均衡が達成されている状況を想定する。

上記基準 4-1 にしたがい，所得税率 θ あるいは公債—GDP 比率 ε を高めることによって社会的厚生が改善されるか否かを検討するが，それに先立ち，以下の補題 4-3 を与える。

補題 4-3

基準 4-1 の σ_U は，定常状態においては，経済成長率 $\gamma(g)$ の厳密な単調増加関数となる。

（証明）

はじめに，効用関数（2-12）より，

$$(4\text{-}5)\quad \exp(U(t+1) - U(t)) = \left(\frac{c^y(t+1)}{c^y(t)}\right)\left(\frac{c^o(t+1)}{c^o(t)}\right)^{\frac{1}{1+\rho}}$$

が得られる。この（4-5）に，（2-17a）及び（2-17b）を適用し，定常状態では，市場利子率 $r(g)$ が一定となることを考慮すると，以下，（4-6）を得る。

$$(4\text{-}6)\quad \exp(U(t+1) - U(t)) = \left(\frac{c^y(t+1)}{c^y(t)}\right)^{\frac{2+\rho}{1+\rho}}.$$

再び（2-17a）を適用するとともに，定常的成長均衡において，すべての変数が市場利子率 $r(g)$ に等しい率で成長することから，

$$(4\text{-}6')\quad \exp(U(t+1) - U(t)) = [1 + r(g)]^{\frac{2+\rho}{1+\rho}}$$

が導出される。この（4-6）より，直ちに結論がしたがう。

（証明了）

最後に，所得税率 θ あるいは公債—GDP 比率 ε を高めることによって長期的な社会的厚生を改善するか否かに関し，以下の命題 4-4 を与える。

命題 4-4

所得税率 θ を高めることにより，長期的な経済成長率は高まり，社会的厚生は改善される。公債—GDP 比率 ε を高めることにより，社会的厚生は影響を受けない。

（証明）

定理 4-2 及び補題 4-3 より明らかである。

（証明了）

V　結　　語

直前の IV までにおいて資本蓄積が集積効果として作用するような一般均衡動学モデルを構築し，公共投資による社会資本の整備が土地利用転換を効率化するとともに，かかる社会資本整備の財源の一部を公債発行に求めるような枠組みを組み入れ，所得税率及び財政規律といった政策パラメータの変更が資源配分にいかなる影響を及ぼすかを，長期的均衡（定常的成長均衡）に限定して行った。

[8] 本来，Diamond 型重複世代モデルにおいて，各家計が考慮するのは，自らが生存する有限期間の効用のみである。すべての家計が（定常的成長均衡に乗るまでの）調整の期間を経ずに，経済活動を営むならば，社会的厚生の分析を行うに際し，定常的成長均衡に限定した議論をすることに問題ない。しかるに，実際には，定常的成長均衡に向かう経路が一意であるとしても，そこに乗るまでに一定の調整期間を要することから，政策パラメータの各値に応じて，すべての世代の家計の効用を別個に計測し，比較・検討する必要がある。

はじめに，民間資本に対する公債の比率がある一定水準以下の値であるならば，社会資本―民間資本比率等の定常的成長均衡が一意に存在することを示した。そして，所得税率を高めることによって社会資本―民間資本比率及び公債―民間資本比率の値が増大し，長期的経済成長率，土地有効利用度及び社会的厚生が，いずれも高まることが示された。

また，公債残高の GDP に対する比率を一定の値にとどめるという財政規律のもと，この公債残高―GDP 比率は，長期的な経済成長率，土地有効利用度及び社会的厚生に影響を及ぼさないことが示された。

しかるに本論では，定常的成長均衡に収束する経路が一意であることを示すといった，動学面での精緻な分析が尽くされていない。それゆえに，財政面での持続可能性の問題がクリアされていない。また，政策パラメータがとる様々な値に応じた社会的厚生の比較を，経済が定常的成長均衡を達成している場合のみに限定して行っている。そして，これらの点を克服し，分析を精緻化することが今後の課題である。

参考文献

［1］ Annicchiarico, B. and Giammarioli, N. [2004], "Fiscal Rules and Sustainability of Public Finances in an Endogenous Growth Model," No. 381, Working Paper Series from European Central Bank.

［2］ Arrow, K.J. [1962], "The Economic Implications of Learning by Doing," *Review of Economic Studies* 29, 155-173.

［3］ Barro, R.J. [1990], "Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth," *Journal of Political Economy* 98, s103-s125.

［4］ Blanchard, O.J. and Kahn, C.M. [1980], "The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations," *Econometrica* 48, 1305-1311.

［5］ Bräuninger, M. [2005], "The Budget Deficit, Public Debt, and Endogenous Growth," *Journal of Public Economics* 92, 897-914.

［6］ Diamond, P.A. [1965], "National Debt in a Neoclassical Growth Model," *American Economic Review* 55, 1126-1150.

［7］ Futagami, K., Morita, Y. and Shibata, A. [1993], "Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital," *Scandinavian Journal of Economics* 95, 607-625.

［8］ Josten, S.D. [2003], "Dynamic Fiscal Policies, Unemployment, and Economic Growth," Working Paper from Helmut Schmidt University, Hamburg.

［9］ Lucas, R.E. Jr. [1988], "On The Mechanics of Economic Development," *Journal of Monetary Economics* 22, 3-42.

［10］ Marín, J. [2002], "Sustainability of Public Finances and Automatic Stabilisation under a Rule of Budgetary Discipline," No. 193, Working Paper Series from European Central Bank.

［11］ Moraga, F.H. and Vidal, J.P. [2004], "Fiscal Sustainability and Public Debt in an Endogenous Growth Model," No. 395, Working Paper Series from European Central Bank.

［12］ 奈良　卓［2001］,「土地課税の経済分析―内生的土地利用技術進歩―」,『八戸大学紀要』21 & 22, 69-87.

［13］ 奈良　卓［2003］,「土地課税の経済分析―4 部門内生的土地利用技術進歩モデルを用いた分析―」，研究年報『経済学』（東北大学経済学会）64, 11-24.

［14］ 奈良　卓［2008］,「集積の経済と都市の成長―公共投資と土地の有効利用―」,『八戸大学紀要』36, 39-58.

［15］ 奈良　卓［2009］,「集積の経済と都市の成長―社会的厚生に関する一考察―」,『八戸大学紀要』38, 17-31.

［16］ Phelps, E.S. [1965], "Second Essey on the-Golden Rule of Accumulation," *American Economic Review* 55,793-814.

［17］ Romer, P.M. [1986], "Increasing Returns and Long-Run Growth," *Journal of Political*

Economy 94, 1002–1037.

［18］ 東京都都市計画局［2004］,『都市計画のあらまし』平成 15 年版, 東京都生活文化局.

［19］ Weil, P.［1989］, “Overlapping Families of Infitely–Lived Agents,” *Journal of Public Economics* 38, 183–198.

［20］ Yakita, A.［2008］, “Sustainability of public debt, public capital formation, and endogenous growth in an overlapping generations setting,” *Journal of Public Economics* 92, 897–914.