社会資本が土地利用と社会的厚生に及ぼす影響

−多様性選好の導入−

奈良　卓

要旨

土地の存在を考慮した Blanchard[1985]型の重複世代モデルに、Dixit-Stiglitz[1977]型の独占的競争に基づく多様性選好を融合させることによって新たなモデルを構築し、社会資本建設の財源たる所得税の増税が土地の有効利用度や社会的厚生に及ぼす影響を分析した。

分析の結果、増税により、定常的成長均衡における 1 人当たり社会資本、財の種類数の対人口比が増大する一方、1 人当たり消費支出が減少することがわかった。また、土地の有効利用度は低下し、地価が下落するとともに、長期的視点で見た社会的厚生については、所得税率がある閾値に達するまで増大し、閾値を超えると減少することがわかった。

しかるに、均斉成長に至る解経路が無数に存在する不決定性が生じることが判明した。

キーワード：重複世代モデル、独占的競争、多様性選好、社会資本、土地の有効利用、社会的厚生、均衡の不決定性。

Ⅰ　序論

奈良[2019]において、Futagami,Morita and Shibata [1993]の発想にならい、ストックとしての社会資本が技術的外部効果をもたらすことを通じて経済成長の原動力となり、かつ、生産要素及び資産としての土地を明示的に組み入れた奈良[2008]及び奈良[2009]による重複世代モデルを改良し、社会資本の建設の財源としての所得税率の変更、また、外生的な出生率の増加が、経済成長率、土地の有効利用度（生産活動に用いられる土地の割合）に及ぼす影響を分析した。

上記のうち分析の枠組みにつき、奈良[2008]及び奈良[2009]が用いたモデルは、以下の点で、改善の余地があった。

最大の問題は、土地取引に関するルール、つまり、時間の経過に伴う土地の利用形態の変化をきめ細かく分析することが可能となるよう、具体的に、土地の有効利用度の逐次的な変化を分析できるよう、個人が永遠に生きる Weil[1989]型の重複世代モデルを構築し、利用者が存在するに関わらず、所有者が毎期、資産としての土地を更地に戻した上で売却するという不自然なルールを設定し、分析を行った点である。

これに対し、奈良[2019]では、個人が死に直面する Blanchard[1985]型の世代モデルを用い、各種分析を行った。具体的には、Diamond[1965]型の世代モデルに立脚し、土地の有効利用度の分析を行った野口[1985]にならい、（死亡の時期は不確実ではあるものの）あくまで土地所有者の死亡に際し、土地を売却するルールを組み入れたが、これにより、奈良[2008]及び同[2009]が立脚した枠組みの不自然さを解消

し得たとともに、外生変数として与えられている出生率の上昇が人口 1 人当たり（per capita）経済成長率、土地有効利用度に及ぼす影響を分析することが可能となった点も Blanchard 型の世代モデルを用いることによる利点である。

上記のモデルを用い、Cobb-Douglas 型の生産関数における係数、各生産要素のシェア、資本減耗率、世代間割引率、死亡率、経済全体の土地の総量等の外生変数をある特定の値に固定し、数値計算により、定常的成長均衡解に着目した比較静学分析を行った。

分析の結果、所得税率がある値に達するまで、税率の上昇により、社会資本－民間資本比率の増大を通じ、経済成長率、土地有効利用度が高まるのに対し、税率がある値を超えると、税率の上昇により、社会資本－民間資本比率の減少を通じ、経済成長率、土地有効利用度とも低下することがわかった。

また、死亡率が所与のもと、出生率が死亡率を上回る一定の範囲の値をとる場合のみ、適切な定常的成長均衡解が存在するとともに、出生率の上昇が、社会資本－民間資本比率の増大を通じ、経済成長率、土地有効利用度をともに高める効果をもたらすことがわかった。さらに、適切な解が存在する範囲において、人口成長を上回る経済成長が可能である点も判明した。

しかるに、奈良[2019]では、枠組みの難解さのゆえに、閉鎖経済体系に限定し、分析を行ったに関わらず、数値計算による比較静学分析に終始し、定常的成長均衡解の動学的な安定性の検証も含め、解析的な分析を成しえず、したがって分析結果に経済学的な意味を見出し難い点に改善の余地があり、かつ、この点が今後の課題として掲げられていた。

この論文の目的は、従来、論者が依拠してきた枠組み、つまり、一般均衡に基づく重複世代モデルをベースとしつつ、遊休地も含む土地の用途選択が家計の意思決定によってなされ、かつ社会資本が経済成長の原動力となる枠組みを維持しつつも、独占的競争のもと、多くの企業によって多様な財が生産され、消費される Dixit and Stiglitz[1977]の発想を融合させ、数学的に展開が容易なモデルを構築すること、また、かかるモデルを用い、解析的に土地の有効利用度や社会的厚生に関する比較静学分析を行い、明確な経済学的示唆を引き出すこと、さらに、動学面においても解析的に精緻な分析を行うことである。

論者は、将来的に、この論文で構築した閉鎖体系の枠組みを 2 地域モデルに拡張し、人や企業による地域間立地分布のあり方、そのもとでの地域ごとの経済成長率、土地有効利用度に及ぼす影響を分析することを目標としている。

この点、奈良[2016]では、先述したとおりの従来の枠組みに基づく 2 地域モデルを構築し、社会資本を建設する財源としての所得税率の上昇や地域間の税収配分の比率の変更が、地域間の人口分布、経済成長率、土地の有効利用度に及ぼす影響に関する分析を行ったが、2 地域モデルであるがゆえに、一層、解析的なモデルの展開が難しく、数値計算による比較静学分析の結論を得たものの、時間の経過に伴う地域間の人口移動、分布の変化も含め、動学面での分析を、一切なし得なかった。

以上で述べた従来の枠組みにより、分析を行う過程で浮かび上がった課題を踏まえ、関連する先行研究に言及することとする。

国連の推計では、世界における都市人口の割合は、2018 年の 55%から 2050 年には 68%に伸びることが予測されているが（『日本経済新聞』2021 年 1 月 11 日付第 1 面）、都市間、地域間の経済的な発展に格差が生じる現象、特定の都市に人や企業が集積する原因を解明することを目的とし、Krugman[1991]等により創始され、発展してきた新経済地理学（New Economic Geography）において、家計による地域間の移動、企業による立地分布、特定の都市への集積が、なぜ、どのように進展するか等の

分析が、Dixit-Stiglitz の独占的競争に基づく多様性選好の発想に立脚し、なされてきた。

上記の理由として、人や企業が都市に集積する要因の 1 つを、利用が可能な財・サービスの多様性に求めることができる（Fujita[1989] Ch.8）という観点から集積のメカニズムを解明する上で経済学的な示唆を得やすい点に加え、数学的にモデルを展開する上であつかいやすい点を挙げることができ（Fujita,Krugman and Venables[1999]Ch.4,Fujita and Mori[2005]）。

本論においては、奈良[2019]で構築された Blanchard[1985]型の世代モデルに、Dixit and Stiglitz[1977]の多様性選好の枠組みを融合するという新たな発想に基づくモデル構築の手始めとして、簡単化のため、人や企業の地域間の移動が存在しない閉鎖体系を想定する。

また、本論において、社会資本の蓄積が物理的に限りある土地の利用効率を高め、経済成長の原動力となることを想定するが、社会資本の建設については、家計から徴収する所得税を財源として多様財を購入し、それらを組み合わせて行うものとする。この点において、多様財は、家計による消費のみならず、政府による公共投資にとり、必要不可欠な財となりうる。

本論における次章以下の構成は以下のとおりである。次のⅡでは、Blanchard[1985]型の世代モデルと Dixit-Stiglitz[1977]をいかに融合させるか、モデルの考え方、構造を説明する。Ⅲでは、Ⅱをもとに、一定期間の経過後、定常的成長均衡が達成されることを念頭におき、分析の根幹となる微分方程式体系を構築、整理し、定常的成長均衡解に至る経路が一意的に決定され得るかを検討する。Ⅳでは、比較静学分析を行う。具体的に、増税（所得税率の上昇）が、経済成長率や土地有効利用度、社会的厚生に及ぼす影響を分析する。最後のⅤでは、本論で得られた分析結果を整理し、今後の課題を述べる。

Ⅱ　モデル

1．人口分布と生命保険

経済・社会が閉鎖的な単一の地域のみによって構成されている状況を想定し、Blanchard[1985]型の連続型重複世代モデルの枠組みに依拠し、各人の寿命が x 以上である確率 $P(X \geq x)$ が、指数分布にしたがうことを仮定する。

このとき、各個人が任意の時点 x において生存している確率密度関数 $f(x)$ は、

(2-1) $f(x) = pe^{-px}$

と表され、各個人の単位期間当たり死亡確率は p となる（奈良[2019]補題 2-1）。また、当該期の人口に対する出生者数の割合である出生率を b とおくと、時点 t における総人口 $N(t)$ は、時点 0 における総人口 $N(0)$、$n=b-p$ のもと、次のように表される（奈良[2019]補題 2-2）。

(2-2) $N(t) = N(0)e^{nt}$.

上記の $N(t)$ は、時点 s に生まれた世代の時点 t における人口 $N(s,t)$ を、時点 t に生存する全ての世代について集計した値である（奈良[2019]定理 2-4）。すなわち、

(2-3)

$$\int_{-\infty}^{t} N(s,t)ds = \int_{-\infty}^{t} N(s,s)e^{-p(t-s)}ds = N(t).$$

(2-2)及び(2-3)の両辺を時間 t で微分すると、

(2-4) $\dot{N}(t)/N(t) = n$.

次に、各家計が、子孫に遺産も負債をのこすことがないよう、私的な生命保険の市場が存在を仮定し、各家計は、生前に配当を受ける見返りに、その死に際し、全ての資産を生命保険会社に譲渡することを仮定する。このとき、時点 t において、$a(t)$ の資産を保有する各家計が生命保険会社から受け取る配当は、$pa(t)$ である（奈良[2019]定理 2-5）。

２．家計の行動

（1）家計による効用最大化

1）1 時点における効用最大化

a.効用関数

時点sに生まれた各家計は、時点tにおいて$M(t)$種類の多様財と住宅サービスを消費し、効用を得る。家計の効用関数と効用関数に関連する式は、以下の式で与えられる。

(2-5)

$$U(Q(s,t),k^*(s,t))=\frac{Q(s,t)^{\mu}k^*(s,t)^{1-\mu}}{\mu^{\mu}(1-\mu)^{1-\mu}}$$

$$,0<\mu<1,$$

(2-6a)

$$Q(s,t)=\left[\int_0^{M(t)}\hat{q}(j,s,t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dj\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},\sigma>1,$$

(2-6b) $k^*(s,t)=G(t)k(s,t)$.

(2-5)のうち$Q(s,t)$は、各家計が時点tにおいて消費する多様財の合成された水準であり、$k^*(s,t)$は、効率単位で測った住宅地が生み出す1家計当たり住宅サービスの消費を表す。

また、(2-6a)における$\hat{q}(j,s,t)$は、時点tにおいて各家計が消費するj番目の多様財の消費水準であり、(2-6b)における$k(s,t)$は、物理単位で測った住宅地が生み出す住宅サービスを意味する。

ここに、$G(t)$は、時点tにおいて利用可能な社会資本の存在であり、$G(t)$の蓄積により、土地の利用技術が進歩し、住宅地を含む各用途に利用される効率単位で測った土地の水準が増加することとなる。

b.効用最大化第 1 段階

各時点tにおいてs期生まれの各家計は、支出総額$e(s,t)$の制約のもと、(2-5)の効用を最大にするよう、$Q(s,t)$及び$k^*(s,t)$を決定する。ゆえに、時点tにおける効用最大化問題は、$P(t)$を多様財の物価指数、$p_k(t)$を効率単位で測った住宅サービスの価格として、

(P1)

$$\max_{Q(t),k^*(t)} U(Q(s,t),k^*(s,t))=\frac{Q(s,t)^{\mu}k^*(s,t)^{1-\mu}}{\mu^{\mu}(1-\mu)^{1-\mu}},$$

$$s.t.P(t)Q(s,t)+p_k(t)k^*(s,t)=e(s,t).$$

ここに、$\phi(j,t)$を時点tにおいて各家計が消費するj番目の多様財の価格とし、次を得る。

(2-7) $P(t)Q(s,t)=\int_0^{M(t)}\phi(j,t)q(j,s,t)dj$.

効用最大化の 1 階条件は次のとおりである。

(2-8a) $P(t)Q(s,t)=\mu e(s,t)$,

(2-8b) $p_k(t)k^*(s,t)=(1-\mu)e(s,t)$.

c.効用最大化第 2 段階と価格指数

次なる段階において、各家計は、(2-7)の制約のもと、また、$\phi(j,t)$を所与として、(2-6a)を最大化するよう、j番目の多様財の水準$\hat{q}(j,s,t)$を選択する。つまり、効用最大化問題は、次の(P2)のように表すことができる。

(p2) $$\max_{q(j,s,t)}\left[\int_0^{M(t)}\hat{q}(j,s,t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dj\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}},$$

$$s.t.\int_0^{M(t)}\phi(j,t)\hat{q}(j,s,t)dj=\mu e(s,t).$$

効用最大化の 1 階条件により、以下のマーシャルの需要関数を導き出すことができる。

(2-9) $\hat{q}(j,s,t)=\phi(j,t)^{-\sigma}P(t)^{\sigma-1}\mu e(s,t)$)

ただし、$j\in[0,M(t)]$である。

上記(2-9)の両辺に$\phi(j,t)$を乗じ、区間$[0, M(t)]$で積分すると、以下が得られる。

(2-10) $$P(t)=\left[\int_0^{M(t)}\phi(j,t)^{1-\sigma}dj\right]^{\frac{1}{1-\sigma}}.$$

d.間接効用関数

さらに、(2-8a),(2-8b),(2-9),(2-10)を(2-5)に適用し、以下の間接効用関数が得られる。

(2-11) $$V(P(t),p_k(t),e(s,t))=\frac{e(s,t)}{P(t)^{\mu}p_k(t)^{1-\mu}}.$$

上記(2-11)の対数を取ると、以下が得られる。

$$\begin{aligned}&\log V(P(t),p_k(t),e(s,t))\\ \text{(2-11')} &= \log e(s,t)-\mu\log P(t)\\ &-(1-\mu)\log p_k(t).\end{aligned}$$

２）生涯効用最大化

s期生まれの代表的家計のt時点における消費支出の水準$e(s,t)$につき、同世代が任意のt時点に直面する生涯効用関数$U(e(s,t))$は、各人の死亡確率がpであることを考慮すると、世代間の割引率$\rho>0$のもと、次のように表される（奈良[2019]定理 2-6)。

(2-12)

$$U(e(s,t))=\int_t^{\infty}\log e(s,v)e^{-(\rho+p)(v-t)}dv.$$

s期生まれの家計がt時点に所有する非人的資産を$a(s,t)$,稼得する労働所得を$w(s,t)$とおく。また、市場利子率を$r(t)$,社会資本建設の財源となる所得税率をθとおくと、家計の予算制約式は、

(2-13) $$\begin{aligned}\frac{da(s,t)}{dt}&=(1-\theta)[r(t)+p]a(s,t)\\ &+(1-\theta)w(s,t)-e(s,t)\end{aligned}$$

であり、家計が直面する最適化問題は(2-12)のもと、生涯効用(2-13)を最大化することである。

最適化の必要条件として、オイラー方程式が以下の(2-14)のように、N.P.G.条件が以下の(2-15)のように、それぞれ、得られる。

(2-14) $$\frac{de(s,t)}{dt}=[(1-\theta)r(t)-\rho-\theta p]e(s,t),$$

(2-15)

$$\lim_{v\to\infty}a(s,v)\exp\left(-\int_t^{v}(1-\theta)(r(\mu)+p)d\mu\right)=0.$$

ここに、s期生まれ代表的家計のt期における人的資産（human wealth）を$h(s,t)$とおくと、次の(2-16)のように生涯にわたって得る労働賃金の割引現在価値の合計として定義される。

(2-16)

$$h(s,t)=\int_t^{\infty}(1-\theta)w(s,v)\times \exp\left\{-(1-\theta)\int_t^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right\}dv.$$

上記(2-16)につき、オイラー方程式(2-14)及びN.P.G.条件(2-15)を適用し、以下の(2-17)が得られる（奈良[2019]定理 2-7)。

(2-17)

$$\int_t^{\infty}e(s,v)\exp\left(-(1-\theta)\int_t^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right)dv$$
$$=a(s,t)+h(s,t).$$

また、以下が成立する（奈良[2019]補題 2-8)。

(2-18)

$$\lim_{v\to\infty}e(s,v)\exp\left(-(1-\theta)\int_t^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right)=0.$$

以上、(2-17),(2-18)にオイラー方程式(2-14)を適用し、以下が得られる（奈良[2019]定理 2-9)。

(2-19)

$$e(s,t)=(\rho+p)[a(s,t)+h(s,t)].$$

（2）集計と微分方程式

s期生まれの家計がt期に所有する非人的資産$a(s,t)$、人的資産$h(s,t)$及び消費支出の水準$e(s,t)$を、それぞれ、時点tに生存する全ての世代について集計した値を$A(t)$, $H(t)$及び$E(t)$とおくと、

(2-20)
$$A(t)=\int_{-\infty}^{t} a(s,t)N(s,t)ds = \int_{-\infty}^{t} a(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds,$$

(2-21)
$$H(t)=\int_{-\infty}^{t} h(s,t)N(s,t)ds = \int_{-\infty}^{t} h(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds,$$

(2-22)
$$E(t)=\int_{-\infty}^{t} e(s,t)N(s,t)ds = \int_{-\infty}^{t} e(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds.$$

上記のうち(2-21)に(2-16)を適用し、労働賃金については誕生時点に関わらず等しく分配されること（$w(s,v)=w(v)$）を仮定するとともに、(2-3)を考慮すると、以下の(2-23)が導出される。

(2-23)

$$H(t)=N(t)\int_{t}^{\infty}(1-\theta)w(v)\times \exp\left\{-(1-\theta)\int_{t}^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right\}dv.$$

ところで、(2-19)を各時点の総人口で集計し、(2-20)～(2-22)を適用すると、次の(2-24)を得る。

(2-24) $E(t)=(\rho+p)[A(t)+H(t)]$.

また、(2-4)を考慮しつつ、(2-23) の両辺を時間tで微分すると、以下を得る。

(2-25)
$$\dot{H}(t)=\{n+(1-\theta)[r(t)+p]\}H(t) -(1-\theta)w(t)N(t).$$

さらに、

(2-26)
$$\dot{A}(t)=N(t,t)a(t,t)-pA(t) +\int_{-\infty}^{t}\frac{da(s,t)}{dt}N(s,s)e^{-p(t-s)}ds$$

が成り立つこととともに（奈良[2019]定理 2-11）、重複世代モデルの前提、すなわち、生まれた時点で資産を保有していないこと（$a(t,t)=0$）等を考慮し、次の微分方程式(2-27)がしたがう。

(2-27)
$$\dot{A}(t)=\{-p+(1-\theta)[r(t)+p]\}A(t) +(1-\theta)w(t)N(t)-E(t).$$

また、(2-24)の両辺を時間tで微分し、(2-24)を考慮しつつ、(2-25)及び(2-27)を適用すると、

(2-28)
$$\dot{E}(t)=\{n+(1-\theta)[r(t)+p]-(\rho+p)\}E(t) -b(\rho+p)A(t).$$

３．政府の行動

政府は、家計から徴収した税収をもとに、$M(t)$種類の多様財を組み合わせ、時点tにおいて$\dot{G}(t)$の社会資本ストックを生産する。

はじめに、時点tにおける税収$T(t)$は、以下のように表される。

(2-29) $T(t)=\theta[w(t)N(t)+(r(t)+p)A(t)]$

次に、$\hat{q}_G(j,t)$を時点tにおいて公共財の生産に投入されるj番目の財であると設定し、社会資本ストックの生産関数は、以下の(2-30)のように表されるものとする。

(2-30) $\dot{G}(t)=\left[\int_0^{M(t)}\hat{q}_G(j,t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dj\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}M(t)^{-\frac{1}{\sigma-1}}.$

つまり、社会資本ストックの生産については、多様財企業数の増加が混雑をもたらし、負の技術的外部効果として作用することとなる。

以上により、政府が直面する最適化問題は、以下の(P3)に集約される。

(P3) $\max_{q(j,t)}\left[\int_0^{M(t)}\hat{q}_G(j,t)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}dj\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}M(t)^{-\frac{1}{\sigma-1}}$

$$s.t.\int_0^{M(t)}\phi(j,t)\hat{q}_G(j,t)dj=T(t).$$

政府は、限られた税収$T(t)$のもと、公共財の生産量を最大化することができるよう$\hat{q}_G(j,t)$を選択するが、最大化の 1 階条件により、以下の政府による需要関数を導出することができる。

(2-31) $\hat{q}_G(j,t)=\phi(j,t)^{-\sigma}P(t)^{\sigma-1}T(t).$

ただし、$j\in[0,M(t)]$.

4．企業の行動

（1）多様財部門

多様財部門については独占的競争に基づき、土地利用転換サービス部門については完全競争に基づき、それぞれ生産活動を行うことを想定する。

多様財部門に属する各企業は、労働を用い、家計の消費する財、ならびに政府が社会資本ストックの生産に投入する財の生産を行う。

時点tにおけるj番目の財の生産量$q(j,t)$は、家計による需要と政府による需要の合計であるから、(2-22),(2-29)を考慮しつつ、(2-9),(2-31)を足し合わせると、

(2-32)

$$q(j,t)=\phi(j,t)^{-\sigma}P(t)^{\sigma-1}\times\{\mu E(t)+\theta[w(t)N(t)+(r(t)+p)A(t)]\}.$$

1 単位の各多様財の生産に 1 単位の労働力を用いる以外に、f 単位の効率単位で測った土地が固定的生産要素として必要であることを仮定する。このとき、j番目の財を生産する多様財企業の利潤を表す式は、効率単位で測った土地 1 単位の地代を$\pi(t)$とすると、

(2-33)

$$\Pi(q(j,t))=\phi(j,t)q(j,t)-w(t)q(j,t)-\pi(t)f.$$

ただし、$j\in[0,M(t)]$.

このとき、利潤最大化の 1 階条件により、

(2-34)

$$\phi(j,t)=\frac{\sigma}{\sigma-1}w(t)\equiv\phi(t)\Leftrightarrow w(t)=\frac{\sigma-1}{\sigma}\phi(t).$$

このとき、(2-10),(2-34)より、

(2-35) $P(t)=M(t)^{\frac{1}{1-\sigma}}\phi(t).$

また、(2-32)より、

(2-36)

$$q(j,t)=\frac{\mu E(t)+\theta[w(t)N(t)+(r(t)+p)A(t)]}{M(t)p(t)}\equiv q(t).$$

さらに、(2-34),(2-36)を(2-33)に代入すると、

$$\Pi(q(t))=\frac{1}{\sigma}p(t)q(t)-\pi(t)f$$

が得られるが、自由参入、退出の仮定により、均衡では超過利潤がゼロになることから、

(2-37)

$$\pi(t)=\frac{\mu E(t)+\theta[w(t)N(t)+(r(t)+p)A(t)]}{\sigma fM(t)}.$$

ここで、モデルが閉じるよう、価格と多様財の種類数（企業数）につき、多様財を価値基準材（numeraire）とし、その価格を 1 とおく（$\phi(t)=1$）。

また、多様財の種類数（企業数） $M(t)$ も内生変数であるが、今後の展開を想定し、新たな内生変数 $m(t) \equiv M(t)/N(t)$ （多様財の種類数の対人口比）を設定する。

このとき、(2-34)～(2-37)は、次のように書き換えることができる。

(2-34') $w(t) = \dfrac{\sigma - 1}{\sigma} \equiv w,$

(2-35') $P(t) = m(t)^{\frac{1}{1-\sigma}} N(t)^{\frac{1}{1-\sigma}},$

(2-36')

$$q(t) = \frac{\sigma\mu E(t) + \theta[(\sigma-1)N(t) + \sigma(r(t)+p)A(t)]}{\sigma m(t)N(t)},$$

(2-37')

$$\pi(t) = \frac{\sigma\mu E(t) + \theta[(\sigma-1)N(t) + \sigma(r(t)+p)A(t)]}{\sigma^2 fm(t)N(t)}.$$

（２）土地利用転換サービス部門

労働のみを用い、土地利用転換サービスを生産することを仮定し、$Y_b(t)$ をサービスの水準、$N_b(t)$ を土地利用転換サービスの生産に投入する労働力とおくと、

(2-38) $Y_b(t) = BN_b(t)$

と表されるとともに、土地利用転換サービスの価格を $p_b(t)$、土地利用転換部門の労働賃金率を $w_b(t)$ とおくと、同部門の利潤は、

$$\Pi_b(N_b(t)) = p_b(t)Y_b(t) - w_b(t)N_b(t) = (Bp_b(t) - w_b(t))N_b(t).$$

完全競争市場における自由参入・退出の仮定のもと、サービスの生産量が正になるための必要十分条件は、

(2-39) $w_b(t) = Bp_b(t).$

ここに、土地利用転換サービス部門に投入される用途別の労働力につき次の仮定をおく。

①住宅用地の利用転換：用地 1 単位（効率単位）当たり α 単位の利用転換サービス

②多様財企業用地の利用転換：用地 1 単位（効率単位）当たり β 単位の利用転換サービス

ただし、②につき、$\beta > \alpha$ を仮定する。

$K(t)$ を物理単位ではかった住宅用地の水準、$K^*(t)$ を効率単位で測ったそれとおくと、各期における死亡率が p であることから、

(2-40) $Y_b(t) = p[\alpha K^*(t) + \beta fm(t)N(t)],$

(2-41) $K^*(t) = G(t)K(t).$

ただし、

$$K^*(t) = \int_{-\infty}^{t} k^*(s,t)N(s,t)ds = \int_{-\infty}^{t} k^*(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds.$$

以上、(2-38)～(2-41)により、

(2-42)
$$N_b(t) = \frac{p}{B}[\alpha K^*(t) + \beta fm(t)N(t)] = \frac{p}{B}[\alpha G(t)K(t) + \beta fm(t)N(t)].$$

５．市場均衡

（１）労働市場

全ての労働力は、多様財部門及び土地利用転換部門のいずれかに雇用されることとなるから、多様財部門に雇用される労働力を $N_m(t)$ とおくと、1 単位の各多様財の生産に 1 単位の労働力を用いること及び多様財企業の数が $N(t)$ であること、さらに(2-36')より、

(2-43)

$$N_m(t)=m(t)N(t)q(t)$$
$$=\frac{\sigma\mu E(t)+\theta[(\sigma-1)N(t)+\sigma(r(t)+p)A(t)]}{\sigma}.$$

労働市場の需給均衡の条件式は、(2-42),(2-43)より、以下のように表すことができる。

(2-44)

$$\frac{\sigma\mu E(t)+\theta[(\sigma-1)N(t)+\sigma(r(t)+p)A(t)]}{\sigma}$$
$$+\frac{p}{B}[\alpha G(t)K(t)+\beta fm(t)N(t)]=N(t).$$

また、労働市場の裁定により、多様財部門と土地利用転換サービス部門の 2 部門における労働賃金率が等しくなることから（$w_b(t)=w$）、(2-34')及び(2-39)より、以下が成立する。

(2-45) $$p_b(t)=\frac{w_b(t)}{B}=\frac{\sigma-1}{\sigma B}.$$

（２）土地市場

物理単位で測った土地の水準をL、効率単位で測った水準を$L^*(t)$、また、遊休地の物理単位、効率単位の水準を、それぞれ$L_v(t)$、$L_v^*(t)$とすると土地市場の需給均衡式は、

(2-46) $$K^*(t)+fM(t)+L_v^*(t)=L^*(t)=G(t)L,$$

$$L_v^*(t)=G(t)L_v(t).$$

ただし、各人の各期における死亡率が p であることから、多様財企業用地、住宅地、遊休地、それぞれの取引の対象となる土地の水準は、以下のように、期待値として求められる。

(2-47)
$$\tilde{L}_m^*(t)=pfN(t),$$
$$\tilde{K}^*(t)=pK^*(t),\quad .$$
$$\tilde{L}_v^*(t)=pL_v^*(t).$$

（３）資産市場

１）資産市場における需給均衡

各家計は寿命以外について完全予見（perfect foresight）の仮定のもと、貯蓄を原資とし、3 種類の土地（多様財企業用地、住宅地及び遊休地）のいずれかを選択し、資産市場で運用する。

ただし、家計がもつ土地のうち生産的用途に利用される土地については、売却に先立ち、全て更地に転換されることから、取引が行われる際には、もともと更地である遊休地と同一の価格が適用されることになる。ゆえに用途共通の物理単位、効率単位の土地価格をそれぞれ$\hat{q}_L(t),q_L(t)$とおくと、資産市場の需給均衡式は、

(2-48) $$A(t)=\hat{q}_L(t)L=q_L(t)G(t)L=q_L(t)L^*(t).$$

２）資産市場における裁定条件

ここでは、完全予見のもと、資産市場における裁定条件として、a.預金等と多様財企業用地、b.預金等と住宅用地、c.多様財企業用地、住宅用地と遊休地、それぞれの組み合わせにおいて、運用により得られる収益率が互いに等しくなる条件を、それぞれ、考察することとする。

a.預金等と多様財企業用地の運用

初期（第t期）に$\hat{q}_L(t)$の資金を土地（多様財企業用地：物理単位で計測）の購入に充てるか、預金するかの選択に直面する家計の資産裁定式を、次のような積分形式で示す。

(2-49)
$$\hat{q}_L(t)=\int_t^\infty \exp\left\{-\int_t^v r(\mu)d\mu\right\}\times$$
$$[\pi(v)G(v)-p\beta p_b(v)G(v)]dv.$$

上記における$p\beta p_b(v)G(v)$は、多様財企業用地を購入した家計が、死亡時を想定し、各期に支払う土地利用転換費用であり、用地 1 単位

当たり利用転換価格に死亡率 p を乗じて表される。

また、(2-49)の両辺を微分すると、

(2-49') $$r(t)=\frac{\dot{\hat{q}}_L(t)+\pi(t)G(t)-p\beta p_b(t)G(t)}{\hat{q}_L(t)}.$$

b.預金等と住宅用地の運用

この点につき、(2-49)と同様に、積分形式で表すと、

(2-50) $$\hat{q}_L(t)=\int_t^\infty \exp\left\{-\int_t^v r(\mu)d\mu\right\}\times [p_k(v)G(v)-p\alpha p_b(v)G(v)]dv.$$

上記(2-50) の両辺を微分すると、次の(2-50')が成立する。

(2-50') $$r(t)=\frac{\dot{\hat{q}}_L(t)+p_k(t)G(t)-p\alpha p_b(t)G(t)}{\hat{q}_L(t)}.$$

c.資産市場における裁定条件 : 多様財企業用地、住宅用地と遊休地の運用

生産的用途に用いる土地か遊休地の選択に直面する家計の資産裁定式は、

(2-51) $$\pi(t)=p\beta p_b(t),$$

(2-52) $$p_k(t)=p\alpha p_b(t).$$

最後に、(2-51)及び(2-52)を、(2-49')または(2-50')に適用し、次の(2-53)が得られる。

(2-53) $$r(t)=\frac{\dot{\hat{q}}_L(t)}{\hat{q}_L(t)}.$$

Ⅲ　定常的成長均衡の動学的安定性

1．動学体系の構築

（1）定常的成長均衡のあり方と変数の定義

このモデルにおける定常的成長均衡は、総資産 $A(t)$,総消費支出 $E(t)$,社会資本ストック $G(t)$ が、総人口 $N(t)$ と同一の率で成長することである。すなわち、1 人当たりの資産、消費支出、社会資本ストックが時間を通じ、一定となる。このとき、物理単位で測った地価 $\hat{q}_L(t)$ も人口 $N(t)$ と同一の率で上昇し、効率単位で測った地価 $q_L(t)$ は時間を通じ、一定となる。

かかる定常的成長均衡を想定し、以下のように変数を置き換える。

$a(t)\equiv A(t)/N(t)$ ，$e(t)\equiv E(t)/N(t)$ ，$g(t)\equiv G(t)/N(t)$.

このとき、(2-48)より、

(3-1) $$a(t)=q_L(t)g(t)L.$$

（2）方程式体系の集約

ここに、(2-45),(2-51)より、同様に(2-45),(2-52)より、それぞれ、

(3-2a) $$\pi(t)=\frac{(\sigma-1)p\beta}{\sigma B},$$

(3-2b) $$p_k(t)=\frac{(\sigma-1)p\alpha}{\sigma B}.$$

また、(3-2a)を(2-37')に適用すると、

(3-3) $$\sigma\mu e(t)+\theta[(\sigma-1)+\sigma(r(t)+p)a(t)] =\frac{\sigma f(\sigma-1)p\beta}{B}m(t).$$

さらに、(2-44)の両辺を $N(t)$ で除すると、

(3-4) $$\sigma\mu e(t)+\theta[(\sigma-1)+\sigma(r(t)+p)a(t)] +\frac{\sigma p}{B}[\alpha g(t)K(t)+\beta fm(t)]=\sigma.$$

これら(3-3),(3-4)より、以下が得られる。

(3-5) $$K(t)=\frac{B-\sigma fp\beta m(t)}{p\alpha g(t)}.$$

（3）動学体系の構築

はじめに、政府部門が社会資本ストックの建設に用いる多様財につき、(2-31)に(2-29),(2-35'),及び $p(j,t)=p(t)=1$ を適用し、

(3-6)

$$\hat{q}_G(t)=\frac{\theta[(\sigma-1)+\sigma(r(t)+p)a(t)]}{\sigma m(t)}.$$

また、(3-6)を(2-30)に適用し、以下が得られる（以上、付録 1 参照）。

(3-7) $$\frac{\dot{G}(t)}{G(t)}=\frac{\theta(\sigma-1)+\theta\sigma(r(t)+p)a(t)}{\sigma g(t)}.$$

次に、(2-27)の両辺を $A(t)$ で除すると、

(3-8) $$\frac{\dot{A}(t)}{A(t)}=\left\{(1-\theta)[r(t)+p]-p\right\} +(1-\theta)\frac{\sigma-1}{\sigma a(t)}-\frac{e(t)}{a(t)}$$

さらに、(2-28)の両辺を $E(t)$ で除すると、

(3-9)

$$\frac{\dot{E}(t)}{E(t)}=\left\{n+(1-\theta)[r(t)+p]-(\rho+p)\right\} -b(\rho+p)\frac{a(t)}{e(t)}.$$

ここで、(2-8b)を全人口で集計すると、

$$p_k(t)K^*(t)=(1-\mu)E(t)$$

$$\Leftrightarrow p_k(t)K(t)=(1-\mu)\frac{e(t)}{g(t)}$$

が得られるが、これに(3-5)を適用すると、多様財の種類数の対人口比 $m(t)$ を、以下のような $e(t)$ の式として表すことができる。

(3-10) $$f(\sigma-1)p\beta m(t) =B\left[\frac{\sigma-1}{\sigma}-(1-\mu)e(t)\right].$$

そして、(3-1)を考慮しつつ、(3-10)を(3-3)に適用すると、配当率を含む市場利子率を、以下のような、3 状態変数 $g(t),e(t),q_L(t)$ の式として、次のように表すことができる（付録 2）。

(3-3’) $$\hat{r}(g(t),e(t),q_L(t)) =\frac{1}{\theta}\left\{(1-\theta)\frac{\sigma-1}{\sigma}-e(t)\right\}\frac{1}{q_L(t)g(t)L}.$$

以上より、$g(t),e(t),q_L(t)$ に関する微分方程式体系を構築するが、はじめに、(3-3’)を(3-6)に適用し、(2-34’)を考慮しつつ、辺々(2-4)を差し引き、

(3-11) $$\frac{\dot{g}(t)}{g(t)}=\frac{1}{g(t)}[w-e(t)]-n.$$

次に、(3-1),(3-3’)を考慮しつつ、(3-9)から辺々(2-4)を差し引き、

(3-12)

$$\frac{\dot{e}(t)}{e(t)}=\left\{(1-\theta)\hat{r}(g(t),e(t),q_L(t))-(\rho+p)\right\} -b(\rho+p)\frac{q_L(t)g(t)L}{e(t)}$$

さらに、(2-34’),(2-48) (3-3’)及び(3-11)を考慮しつつ、(2-53)より、

(3-13) $$\frac{\dot{q}_L(t)}{q_L(t)}=[\hat{r}(g(t),e(t),q_L(t))-p] -\frac{1}{g(t)}[w-e(t)].$$

以上、(3-11)～(3-13)の両辺に、それぞれ、$g(t),e(t),q_L(t)$ を乗じることにより、

(3-11’)

$$\dot{g}(t)=[w-e(t)]-ng(t)\equiv F_1(g(t),e(t),q_L(t)),$$

(3-12’)

$$\dot{e}(t)=\left\{(1-\theta)\hat{r}(g(t),e(t),q_L(t))-(\rho+p)\right\}e(t) -b(\rho+p)q_L(t)g(t)L\equiv F_2(g(t),e(t),q_L(t)),$$

(3-13’)

$$\dot{q}_L(t)=\left\{[\hat{r}(g(t),e(t),q_L(t))-p] -\frac{1}{g(t)}[w-e(t)]\right\}q_L(t)\equiv F_3(g(t),e(t),q_L(t)).$$

これら(3-11’)～(3-13’)がこのモデルにおける完全な動学体系を構成する。

（4）定常的成長均衡解の整理

はじめに、定常的成長均衡における $g(t), e(t), q_L(t)$ の各値を、それぞれ g, e, q_L とおく。

このとき、(3-3')により、また、定常状態において、配当を含む市場利子率は、出生率に等しくなることから、

(3-14)
$$\hat{r}(g,e,q_L)=\frac{1}{\theta}\{(1-\theta)w-e\}\frac{1}{q_L gL} = n+p=b.$$

この(3-14)より、以下がしたがう。

(3-14') $(1-\theta)w-e=\theta b q_L gL$.

次に、(3-11')において $\dot{g}(t)=0$ とおくと、

(3-15) $g=\frac{1}{n}(w-e)$.

さらに、(3-12')に(3-14)を適用し、$\dot{e}(t)=0$ とおくと、

(3-16) $[(1-\theta)b-(\rho+p)]e=b(\rho+p)q_L gL$

が得られるが、$g>0$ のもと、$e>0, q_L>0$ を両立させる条件として、以下を仮定する。

(3-17) $(1-\theta)b>\rho+p \Leftrightarrow \theta<\frac{1-(\rho+p)}{b}$.

以上、(3-14'),(3-15),(3-16)より、g, e, q_L が求められる。

2．定常的成長均衡の動学的安定性の検証

（1）連立微分方程式体系の集約

微分方程式体系(3-11')～(3-13')を、(3-14'),(3-15),(3-16)を考慮しつつ、定常的成長均衡 (g, e, q_L) の近傍において線形近似することにより、以下のように表すことができる。

(3-18)
$$\begin{bmatrix}\dot{g}(t)\\ \dot{e}(t)\\ \dot{q}_L(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}F_{11} & F_{12} & F_{13}\\ F_{21} & F_{22} & F_{23}\\ F_{31} & F_{32} & F_{33}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a(t)-g\\ e(t)-e\\ q_L(t)-q_L\end{bmatrix}.$$

ただし、(3-18)右辺の行列の第 1 行目の要素、F_{11}, F_{12}, F_{13} はそれぞれ、(3-11')を $g(t), e(t), q_L(t)$ によって偏微分し、(g, e, q_L) で評価した値である。具体的に、

(3-19) $F_{11}=-n<0, F_{12}=-1, F_{13}=0$.

また、(3-18)右辺の行列の第 2 行目の要素、F_{21}, F_{22}, F_{23} はそれぞれ、(3-12')を $g(t), e(t), q_L(t)$ によって偏微分し、(g, e, q_L) で評価した値である。具体的に、

(3-20)
$$F_{21}=-b\left\{(1-\theta)\frac{e}{g}+(\rho+p)q_L L\right\}<0,$$

$$F_{22}=[(1-\theta)b-(\rho+p)]-(1-\theta)\frac{e}{\theta q_L gL},$$

$$F_{23}=-b\left\{(1-\theta)\frac{e}{q_L}+(\rho+p)gL\right\}<0.$$

さらに、(3-18)右辺の行列の第 3 行目の要素、F_{31}, F_{32}, F_{33} はそれぞれ、(3-13')を $g(t), e(t), q_L(t)$ によって偏微分し、(g, e, q_L) で評価した値である。具体的に、

(3-21)
$$F_{31}=-p\frac{q_L}{g}<0, F_{32}=-\left(\frac{1}{\theta q_L L}-1\right)\frac{q_L}{g},$$

$$F_{33}=-b<0.$$

（2）定常的成長均衡の動学的安定性

ここに、(3-18)のヤコビアン行列をFとおく、すなわち、

$$F=\begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{bmatrix}$$

とすると、行列Fの固有値λを求める固有方程式は、以下のように表される。

(3-22)
$$\lambda^3 - trF\,\lambda^2 + \varphi(g,e,q_L)\lambda - \det\lambda = 0.$$

ただし、trFは行列Fの対角要素の和であり、$\det F$は行列Fの行列式である。また、

$$\varphi(g,e,q_L)=F_{11}F_{22}+F_{22}F_{33}+F_{33}F_{11} -F_{12}F_{21}-F_{23}F_{32}-F_{13}F_{31}.$$

補題 3-1　固有方程式(3-22)につき、以下が成立する。

(3-23)
$$trF=-\theta b-(\rho+b)-(1-\theta)\frac{e}{\theta q_L gL}<0,$$

(3-24)
$$\det F=\frac{1-\theta}{\theta}nb[\theta b+(\rho+p)]>0.$$

（証明）

はじめに、

$$trF=F_{11}+F_{22}+F_{33}$$

であるが、(3-19),(3-20),(3-21)をこれに適用すると、ただちに、(3-23)が得られる。

次に、行列Fの第 1 行について余因子展開することにより$\det F$を求めると、(3-19)より、

$$\det F=-n(F_{22}F_{33}-F_{23}F_{32}) +(F_{21}F_{33}-F_{23}F_{31}).$$

を得るが、これに(3-20),(3-21)を適用すると、(3-24)が得られる（付録 3）。

（証明了）

補題 3-2　固有方程式(3-22)より求められる 0 でない異なる固有根を$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$とおくと、そのうち 1 根が正、2 根が負の実数（あるいは実部が負の互いに共役な複素数）である。

（証明）補題 3-1 の(3-24)により、$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$のすべてが正の実数（あるいは 1 根が正の実数、他の 2 根につき、実部が負の互いに共役な複素数）または 1 根が正、他の 2 根が負の実数（あるいは実部が負の互いに共役な複素数）の 2 通りのケースが考えられる。

しかるに、補題 3-1 の(3-23)により前者の可能性が排除されることから、補題がしたがう。

（証明了）

ここで、(3-22)の 3 根$\lambda_1,\lambda_2,\lambda_3$につき、3 つの異なる実固有根であると仮定する。そして、それぞれに対応する固有ベクトルをv_1,v_2,v_3とおくと、任意定数C_1,C_2,C_3を用い、(3-18)の一般解は次のように表される。

(3-25)
$$\begin{bmatrix} g(t)-g \\ e(t)-e \\ q_L(t)-q_L \end{bmatrix}=C_1e^{\lambda_1 t}v_1+C_2e^{\lambda_2 t}v_2+C_3e^{\lambda_3 t}v_3.$$

ところで、3 つの変数$g(t),e(t),q_L(t)$のうち、定義上、先決変数は$g(t)$のみである。

つまり、$g(t),e(t),q_L(t)$の初期値を、それぞれ、$g(0),e(0),q_L(0)$とおくと、歴史的に値が定まっているのは、$g(0)$のみである。

ゆえに、定常的成長均衡解の動学的安定性の観点から、そこに至る解経路が一意に定ま

るよう、$g(0)$の値を所与とし、$e(0), q_L(0)$の値を適切に選択することとなる。

Buiter[1984]によれば、定常解に至る解経路の一意であるためには、先決変数の数が安定根の数に一致しなければならないが、本論において、その条件は満たされない。その点を踏まえ、以下に、本論における定常的成長均衡解の動学的安定性に関する結論をまとめる。

定理 3-3　定常的成長均衡解(g, e, q_L)で線形近似された微分方程式体系(3-18)は、(g, e, q_L)に収束する解経路が無数に存在し、動学的な意味での不決定性（Indeterminacy）が生じる。

（証明）$\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ が異なる実固有根である場合に限定し、証明する。

はじめに、$\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$ を仮定すると $\lambda_1 < \lambda_2 < 0, \lambda_3 > 0$ となり、このとき、(3-24)より、定常的成長均衡に向かう安定的な経路上において、

(3-25')

$$\begin{bmatrix} g(t)-g \\ e(t)-e \\ q_L(t)-q_L \end{bmatrix} = C_1 e^{\lambda_1 t}\begin{bmatrix} v_{11} \\ v_{12} \\ v_{13} \end{bmatrix} + C_2 e^{\lambda_2 t}\begin{bmatrix} v_{21} \\ v_{22} \\ v_{23} \end{bmatrix}$$

が成立する。この(3-25')に$t=0$を適用することにより、

(3-26a) $g(0)-g = C_1 v_{11} + C_2 v_{21}$,

(3-26b) $e(0)-e = C_1 v_{12} + C_2 v_{22}$,

(3-26c) $q_L(0)-q_L = C_1 v_{13} + C_2 v_{23}$.

このうち(3-26a)に着目すると、所与の$g(0)$及びλ_1, λ_2 それぞれの固有ベクトルの第 1 要素v_{11}, v_{21}に対し、(3-26a)を満たすC_1, C_2の組み合わせは無数に存在するが、これらC_1, C_2 を、(3-26b)及び(3-26c)に、それぞれ適用することにより、非先決変数$e(0), q_L(0)$の値の組み合わせが無数に定まることとなる。

以上により、定理がしたがう。

（証明了）

Ⅳ　比較静学と社会的厚生の分析

１．増税が資源配分に及ぼす影響

（１）増税がg, eに及ぼす影響

この件につき、はじめに、(3-14'),(3-16)より$q_L gL$が含まれる右辺の項を消去し、

(4-1) $[\theta b + (\rho + p)]e = (\rho + p)w$

を得る。これより、

(4-1') $e = \dfrac{(\rho + p)w}{\theta b + (\rho + p)}$

が得られ、所得税率θ の上昇が 1 人当たり消費支出eの減少をもたらすことがわかる。

上記を踏まえ、(3-15)の両辺をθ により全微分し、移項、整理すると、

(4-2) $\dfrac{dg}{d\theta} = -\dfrac{1}{n}\dfrac{de}{d\theta} > 0.$

以上により、増税が 1 人当たり社会資本g及び 1 人当たり消費支出eに及ぼす影響につき、次の定理 4-1 としてまとめることができる。

定理 4-1　増税（所得税率θ の上昇）により、定常的成長均衡における 1 人当たり社会資本gが増大し、1 人当たり消費支出eが減少する。

（２）増税が q_L に及ぼす影響

増税が地価に及ぼす影響については、(3-16)を変形した以下の式により、分析することができる。

(4-3) $$q_L = \frac{[(1-\theta)b-(\rho+p)]e}{b(\rho+p)Lg}.$$

定理 4-2　増税（所得税率 θ の上昇）により、定常的成長均衡における地価 q_L が下落する。

（証明）(4-3)の両辺を税率 θ で全微分すると、次の(4-4)が導出される。

(4-4)

$$\frac{dq_L}{d\theta} = \frac{1}{b(\rho+p)Lg^2} \times \left\{ -beg + [(1-\theta)b-(\rho+p)]\left(g\frac{de}{d\theta} - e\frac{dg}{d\theta} \right) \right\}.$$

しかるに、定理 4-1 により、

$$\frac{dg}{d\theta} > 0, \frac{de}{d\theta} < 0$$

であることから、

$$\frac{dq_L}{d\theta} < 0$$

が成立し、定理がしたがう。

（証明了）

（３）増税が土地有効利用度に及ぼす影響

この件につき、定常的成長均衡において、物理単位で測った有効利用されている土地の水準（多様財企業用地と住宅地を合計した水準）を Γ とおくと、(2-46)及び(3-5)より、

(4-5) $$\Gamma = \frac{1}{g}\frac{B - fp(\sigma\beta-\alpha)m}{p\alpha}$$

と表すことができる。ただし、(4-5)における m は、定常的成長均衡における多様財の種類数の対人口比である。

増税が土地有効利用度に及ぼす影響につき、以下の定理 4-3 を与える。

定理 4-3　増税（所得税率 θ の上昇）により、定常的成長均衡における有効利用されている土地の水準 Γ が下落する。

（証明）定理 4-1 により、増税により、

$$\frac{dg}{d\theta} > 0, \frac{de}{d\theta} < 0$$

であることがわかっている。このとき、(3-10)により、

$$\frac{dm}{d\theta} > 0.$$

他方、(4-5)において、仮定により、$\sigma\beta > \alpha$ であることから、

$$\frac{d\Gamma}{d\theta} < 0$$

が得られ、増税により、土地の有効利用度が低下することがわかる。　　　　（証明了）

２．増税が社会的厚生に及ぼす影響

ここでは、所得税率 θ の上昇が社会的厚生に及ぼす影響を、定常的成長均衡に着目した比較静学分析により、検証することとする。

この点に関し、本来ならば、Futagami,Morita and Shibata [1993]のように、定常的成長均衡に達する以前に遡り、家計が初期時点から得る効用を網羅して分析するのが筋であるが、前章の議論により、定常的成長均衡に達する解経路が一意に定まらず不明であることから（定理 3-3)、定常的成長均衡において達成される効用のみに着目し、分析する。

はじめに、(2-11')より、定常的成長均衡に達した後の間接効用関数を(2-34'),(2-35')及び(3-2b)を適用し、以下のように表すことができる。

$$\log V(e,m) = \log e + \frac{\mu}{\sigma-1}[\log m + \log N(t)] - (1-\mu)\log\frac{p\alpha w}{B}.$$

上記のうち、定数項や外生的に与えられた総人口 $N(t)$ を除き、家計の意思決定により、影響を受ける箇所のみ抽出すると、

(4-6) $\log \tilde{V}(e,m) = \log e + \dfrac{\mu}{\sigma - 1} \log m.$

ここで、(4-1)の両辺をθ について全微分し、整理すると、

(4-7) $\dfrac{de}{d\theta} = -\dfrac{be}{\theta b + (\rho + p)} < 0$.

他方、(3-10)より、定常的成長均衡における多様財企業数と人口の比率mは、(2-34')も考慮し、以下のように表すことができる。

(4-8) $m = \dfrac{B[w - (1-\mu)e]}{f(\sigma - 1)p\beta}$.

上記(4-8)の両辺をθ について全微分し、(4-7)を考慮すると、

(4-9) $\dfrac{dm}{d\theta} = -\dfrac{B(1-\mu)}{f(\sigma-1)p\beta}\dfrac{de}{d\theta} > 0$.

次に、(4-6)の両辺をθ について全微分し、(4-9)を適用すると、

(4-10)

$$\frac{d \log \tilde{V}(e,m)}{d\theta}$$
$$= \frac{(\sigma-1)[w-(1-\mu)e] - \mu(1-\mu)e}{e(\sigma-1)[w-(1-\mu)e]}\frac{de}{d\theta}.$$

上記(4-10)の右辺の$de/d\theta$にかかる分数の分子の式が、増税により、社会的厚生が増大するか減少するかを判断する決め手となるが、その分析結果につき、以下に、定理 4-4 としてまとめることとする。

定理 4-4　定常的成長均衡における効用水準（社会的厚生）は、所得税率θ が以下の(4-11)で表される閾値θ^* に達する水準まで、増税により増大する。θ^* を超えて増税すると、逆効用水準（社会的厚生）は減少する。すなわち、社会的厚生は、$\theta = \theta^*$ で最大化される。

(4-11) $\theta^* = \dfrac{\mu(\rho + p)[2 - (\sigma + \mu)]}{b(\sigma - 1)}$.

（証明）(4-10)の$de/d\theta$にかかる分数における分子の式に(4-1')を適用することにより、

$$(\sigma-1)[w-(1-\mu)e] - \mu(1-\mu)e$$
$$= \frac{w}{\theta b + (\rho + p)} \times$$
$$\{\theta b(\sigma-1) - \mu(\rho+p)[2-(\sigma+\mu)]\}$$

が計算される。

したがって、(4-7)を考慮しつつ、これを、(4-10)に適用することにより、

$$\theta < \theta^* \Leftrightarrow \frac{d \log \tilde{V}(e,m)}{d\theta} > 0$$

が導かれ、定理がしたがう。

（証明了）

上記の定理 4-4 におけるθ^* が、具体的にどの程度の値をとるか、(4-11)の右辺に現れる外生変数に、以下の値を設定し、計算した。

$b = 0.021, p = 0.011,$
$\mu = 0.060, \rho = 0.005, \sigma = 1.100.$

上記のうち、$p = 0.011$としたのは、「令和元年人口動態統計」（厚生労働省）によれば、2019 年の年間死亡者数（約 138 万人）が同年 10 月 1 日時点における推計人口（約 1 億 2373 万人）の 1.1%程度であることによる。

また、$\mu = 0.060$ としたのは、「家計調査年報 2019 年」（総務省統計局）において、2019 年の家計の年平均 1 ヶ月当たり消費支出に占める住居関連の支出の割合が約 6%であることによる。

上に基づき、社会的厚生を最大化する税率を計算すると、おおよそ、$\theta^* = 0.384$ となる。

Ⅴ 結 論

本論では、奈良[2019]が依拠した従来の枠組み、つまり、生産要素や資産としての土地の存在を明示的に考慮した Blanchard[1985]型の閉鎖的動学一般均衡モデルに、Dixit-Stiglitz[1977]の独占的競争に基づく多様性選好の視点を融合させ、数学的な展開が容易なモデルを構築し、分析を行った。

具体的には、遊休地も含む土地の用途選択が家計の意思決定によってなされ、かつ社会資本が経済成長の原動力となる枠組みを維持しつつも、独占的競争のもと、多くの企業によって多様な財が生産され、家計によって消費されるのみならず、政府による社会資本建設の資材として利用される状況を想定し、そのもとで、社会資本建設の財源としての所得税増税により、社会資本の水準、地価、土地の有効利用度及び社会的厚生にいかなる影響を与えるかの分析を行った。

本論では、1 人当たり社会資本や消費支出の水準、多様財の種類数（多様財を生産する企業数）の対人口比、及び効率単位で測った地価が、長期的にある一定の水準に収束する定常的成長均衡に着目し、解析的に比較静学分析を行った。また、比較静学分析に先立ち、定常的成長均衡に至る解経路が一意に決定されうるか、動学的観点からの分析を行った。

分析の結果、増税により、定常的成長均衡における 1 人当たり社会資本の水準が増大し、多様財の種類数の対人口比率が増大する一方、経済成長率が外生的な人口増加率に制約されるゆえに、1 人当たり消費支出が減少することがわかった。また、増税により、土地の有効利用度は低下し、地価が下落するとともに長期的視点で見た社会的厚生については、所得税率がある閾値に達するまで増大し、閾値を超えると減少することがわかった。

しかるに、定常的成長均衡に至る解経路、すなわち、2 つの非先決変数（1 人当たり消費支出と地価）の初期値の組み合わせが無数に存在し、動学的な意味での不決定性の問題が生じることが判明したが、この点に関し、Mino[2017]では、内生成長モデル、景気循環モデルにおいて定常的成長均衡に至る解経路の不決定性が生じる様々なケースを取り上げ、分析のプロセスとともに、紹介している。

具体的に、物的資本の蓄積により負の技術的外部効果が生じるケース（Mino[2017]Ch.2）、家計が、消費財のみならず余暇から効用を得る枠組みにおいて、生産要素たる労働が強い正の技術的外部効果をもつケース（同 Ch.3）、消費と余暇について加法的に分離不可能な効用関数を想定するケース（同 Ch.3）等である。

上記に対し、本論では、社会資本が効率単位で測った土地の水準を増大させるという意味において正の技術的外部効果をもたらす一方、企業数の増加が、社会資本の建設に負の技術的外部効果を与えることが想定されているが、これらが不決定性をもたらす要因として作用したのかも含め、なぜ、いかなるメカニズムで解経路の不決定性が生じたのか、この問題に関する先行研究を精査し、解明することが今後の課題の 1 つである。

最後に、上記以外の本論の課題を列挙する。具体的に、本論においては経済成長率が外生変数として与えられる出生率、死亡率に制約される状況を想定したが、社会資本が生産活動全般に正の技術的外部効果を及ぼす枠組みをもつ Futagami,Morita and Shibata[1993]、奈良[2019]と同様、人口増加率を超える成長が可能な枠組みに拡張し、分析を行うことを今後の課題とする。また、この点との関連で、出生率を、外生変数ではなくモデルの中で内生的に決定される枠組みに拡張することを、冒頭で述べた 2 地域モデルに拡張し、分析することとともに、今後の課題とする。

尚、その際、地域間を移動することが不可能な土地の存在が、新経済地理学における単純労働と同様、地域間の人や企業の分散を促す要因として作用することが展望される。

付録

付録 1.　(3-6),(3-7)の導出過程

はじめに、$p(j,t)=1$ 及び(2-35')を(2-31)に適用すると、

(a-1)

$$\hat{q}_G(j,t)=T(t)/M(t)=T(t)/m(t)N(t).$$

この(a-1)に(2-29)を適用すると(3-6)が得られる。

次に、(a-1)を(2-30)に適用して計算し、(2-29)を考慮すると、以下が得られる。

$$\dot{G}(t)=T(t)$$

(a-2)
$$=N(t)\frac{\theta[(\sigma-1)+\sigma(r(t)+p)a(t)]}{\sigma}.$$

上記(a-2)の両辺を $N(t)$ で除することにより、(3-7)が得られる。

付録 2.　(3-3')の導出過程

はじめに、(3-3)より、

$$\theta\sigma(r(t)+p)a(t)$$
$$=\frac{\sigma f(\sigma-1)p\beta}{B}m(t)-\theta(\sigma-1)-\sigma\mu e(t)$$
$$\Leftrightarrow$$
$$r(t)+p$$
$$=\frac{1}{\theta a(t)}\times$$
$$\left\{\frac{f(\sigma-1)p\beta}{B}m(t)-\theta\frac{\sigma-1}{\sigma}-\mu e(t)\right\}.$$

上記に(3-10)を適用すると、

$$r(t)+p$$
$$=\frac{1}{\theta a(t)}\times$$
$$\left\{\frac{B[(\sigma-1)-\sigma(1-\mu)e(t)]}{\sigma B}-\theta\frac{\sigma-1}{\sigma}-\mu e(t)\right\}$$
$$=\frac{1}{\theta}\left\{(1-\theta)\frac{\sigma-1}{\sigma}-e(t)\right\}\frac{1}{a(t)}$$

が得られるが、(3-1)により、$a(t)$ を置き換えると、(3-3')が導出される。

付録 3.　(3-24)の導出過程（$\det F$ の計算）

はじめに、

$$F_{22}F_{33}-F_{23}F_{32}$$
$$=-(1-\theta)b\left\{\frac{1}{\theta}(\rho+p)+b\right\},$$
$$+b\left\{(1-\theta)\frac{e^*}{g^*}+(\rho+p)q_L{}^*L\right\}$$

$$F_{21}F_{33}-F_{23}F_{31}$$
$$=bn\left\{(1-\theta)\frac{e^*}{g^*}+(\rho+p)q_L{}^*L\right\}>0.$$

以上を

$$\det F=-n(F_{22}F_{33}-F_{23}F_{32})+(F_{21}F_{33}-F_{23}F_{31})$$

に適用し、(3-24)が導出される。

参考文献

[1]Blanchard, O. J. [1985]"Debt, Deficits, and Finite Horizons," *Journal of Political Economy*,93 (2), 223–247.

[2]Buiter,W.H.[1984],"Saddlepoint Problems in Continuous Time Rational Expectations Models: A General Method and Some Expectatious Macroeconomic Examples," *Econometrica* 52, 665-680.

[3]Diamond,P.A.[1965]"National Debt in a Neoclassical Growth Model,"*American Economic Review* 55,1126-1150.

[4]Dixit A.K.and Stiglitz J.E. [1977]"Monopolistic competition and optimum product diversity," *American Economic Review* 67, 297-308.

[5]]Fujita,M.[1989]*Urban Economic Theory:Land Use and City Size*,Cambridge University Press.

[6]Fujita,M.and Krugman.P.[2003]"The new economic geography:Past, present and the future," *Papers in Regional Science* 83, 139-164.

[7]Fujita,M.,Krugman,P.and Venables,A.I. [1999]*The Spatial Economy*,The MIT Press.

[8]Fujita,M.and Mori.T.[2005] "Frontiers of the new economic geography," *Papers in Regional Science* 84, 377-405.

[9]Futagami, K. and Morita, Y. and Shibata,A.[1993]"Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital,"*Scandinavian Journal of Economics* 95,607-625.

[10]Krugman,P.[1991],"Increasing Returns and Economic Geography," *Journal of Political Economy* 99,483-499.

[11]厚生労働省[2020]「令和元年人口動態統計（確定数）の概況」厚生労働省ホームページ、https://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jinkou/kakutei19/index.html（2021/1/17）.

[12]Mino.K.[2017],*Growth and Business Cycles with Equiribrium Indeterminacy,*Springer.

[13]奈良　卓[2008]「集積の経済と都市の成長－公共投資と土地の有効利用－」『八戸大学紀要』36,39-58.

[14]奈良　卓[2009]「集積の経済と都市の成長－社会的厚生に関する一考察－」『八戸大学紀要』38,17-31.

[15]奈良　卓[2016]「税収配分が地域間人口分布と土地利用に及ぼす影響」『八戸学院大学紀要』52,1-27.

[16]奈良　卓[2019]「社会資本が土地利用と経済成長に及ぼす影響」『八戸学院大学紀要』58,1-23.

[17]日本経済新聞社[2020]「第４の革命カーボンゼロ８　生活再設計都市に迫る」『日本経済新聞』2021 年 1 月 11 日付.

[18]野口悠紀雄[1985]「土地課税が都市的土地利用に与える影響」『経済研究』36,15-22.

[19]Ottaviano.G.and Thisse.J.[2004] "Agglomeration and economic geography," *Handbook of Regional and urban economics* 4,2563-2608.

[20]総務省統計局[2020]「家計調査年報（家計収支編）2019 年」総務省ホームページ、https://www.stat.go.jp/data/kakei/2019np/index.html（2021/1/17）.

[21]Weil,P.[1989]"Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents," *Journal of Public Economics* 38,183-198.

執筆者紹介（所属）

奈良　卓　八戸学院大学地域経営学科　教授