社会資本が土地利用と経済成長に及ぼす影響

奈良　卓

要旨

生産活動に利用される土地と遊休地が共存する状況のもと、所得税収をもって、経済成長の原動力となる社会資本整備の財源とする枠組を、各人の寿命が一定の確率分布にしたがうことを前提とする Blanchard[1985]型重複世代モデルの中で展開し、所得税率の引き上げ、また、出生率の上昇が、定常的成長均衡における社会資本－民間資本比率、経済成長率、土地有効利用度に及ぼす影響を分析した。

分析の結果、ある特定の所得税率のもと、社会資本－民間資本比率、経済成長率、土地有効利用度が、いずれも最大化されることがわかった。また、出生率の上昇が社会資本－民間資本比率の増大を通じ、経済成長率、土地有効利用度ともに高める効果をもたらすことがわかった。

キーワード：土地の有効利用、遊休地、持続的経済成長、社会資本、出生率、人口動態

Ⅰ　序論

本論では、土地利用転換を含む生産活動に社会資本を利用する枠組みをもつ閉鎖的な一般均衡経済動学モデルを構築し、そのもとで、社会資本建設の財源としての所得税率の変更、さらに、出生率の変化が、経済成長率、土地利用のあり方に及ぼす影響を分析する。

道路、橋、鉄道、港湾等の社会資本は、その建設に莫大な費用を要するものの、我が国の経済活動の活性化、国民生活の向上に重要な役割を果たしてきた（『国土交通白書 2014』第 1 章）。他方、我が国における社会資本のうち、たとえば道路については、都市の中心部から郊外に向かう放射状の道路に比し、環状道路の整備が十分とは言えず、交通渋滞を引き起こし、生産活動の効率性が損なわれる等、改善の余地がある（東京都都市計画局[2004]）。

上記の問題意識に関連し、所得税を財源とする公的支出が経済成長を持続させるメカニズムを解明した端緒となる先行研究として、Barro[1990]及び Barro and Sala-i- Martin[1992]をあげることができる。これらのうち Barro は、フローである公共サービスがもたらす外部効果に着目し、所得税率を資本のシェアに等しい値に設定することにより、内生的に決定される経済成長率及び家計の生涯効用が最大化されることを示した。さらに、Barro and Sala-i-Martin[1992]は、民間資本の蓄積が混雑を引き起こし、公共サービスの利用に競合性をもたらす枠組みを導入することにより、Barro[1990]を拡張し、分析を行った。

他方、Futagami,Morita and Shibata[1993]は、ストックである社会資本がもたらす外部効果に着目し、分析を行った。Futagami,Morita and

Shibata は、社会資本－民間資本比率が所得税率の増加関数となることを示すとともに、Barro[1990]と同様、税率を資本のシェアに等しい値に設定することにより、経済成長率が最大化されることを示した。さらに、経済成長率を最大化する税率は、社会的厚生を最大化しない点についても、あわせて示された。

ところで、国、及び地域における経済活動に占める土地の役割（生活基盤、及び生産基盤としての土地が果たす役割）は、無視できないほど小さからぬものと考えられる。この点、国政レベルにおいても、バブル経済を背景とした全国的な地価高騰に対処すべく土地基本法を制定し、土地のもつ公共的な性格が認識され、その適正利用を推進する方針が謳われるとともに、バブル崩壊後、地価が高騰から下落に転じて以降も、土地の有効利用促進が、土地政策の重要な目標として堅持され続けている点（『平成 30 年版土地白書』第 2 部第 1 章）からも窺い知ることができる。

かかる現実を反映した分析を行うためには、生産要素及び資産としての土地をモデルに明示的に導入し、土地の有効利用度を分析の対象に含める必要があると考える。

上記の問題意識に基づき、奈良[2008]及び奈良[2009]では、野口[1985]の発想に立脚し、生産活動に利用される土地と遊休地が共存する枠組みを設定することにより、Futagami, Morita and Shibata を拡張し、分析を行った。具体的には、経済・社会が単一の国または地域によって構成される閉鎖経済を想定した重複世代モデルを採用し、毎期、土地所有者の選択により、所得税を財源として建設される社会資本を利用し、土地の用途転換が行われるというルールを設け、税率の変更が、経済成長率のみならず土地有効利用度（利用可能な全ての土地に占める生産活動に利用される土地の割合）に及ぼす影響の分析を可能ならしめた。

上記の分析により、定常的成長均衡における経済成長率が社会資本－民間資本比率の増加関数となる点、また、Futagami,Morita and Shibata と同様、社会資本－民間資本比率がある特定の値をとることにより、経済成長率が最大化される点、さらに、経済成長率を最大化する税率は、必ずしも社会的厚生を最大化しないことが示された。これらに加え、奈良[2008]及び奈良[2009]においては、土地有効利用度についても社会資本－民間資本比率の増加関数となる点、よって、経済成長率が最大化される税率のもと、土地有効利用度も最大化されることが示された。

しかるに、奈良[2008]及び同[2009]が依拠した枠組みは、個人が永遠に生きる Weil[1989]型の重複世代モデルであり、連続時間を想定するがゆえに微分方程式を用いて動学分析を行うことにより、分析が比較的容易になる利点を有する一方、土地有効利用度の分析を可能にするため、資産として土地を運用する個人は、所有する土地を、毎期、売却せねばならないという不条理なルールを設けざるを得なかった。また、生産活動に社会資本を利用することができるのは、特定の部門（土地利用転換部門）のみであるとした点についても適切であるとは言えない。

その点、奈良[2016]では、個人の死を想定した Diamond[1965] 型の重複世代モデルを用いることにより、奈良[2008]及び同[2009]で設けた土地取引に関するルール上の不条理さを解消するとともに、あらゆる生産活動に社会資本を利用する枠組みを導入し、モデルの適正化を図った。しかるに、離散時間を想定するがゆえに差分方程式を用いて分析を行わざるを得ず、とりわけ、定常的成長均衡解の動学的な性質の分析が事実上不可能になる点、さらに、解の存在する範囲に限定されるとは言え、所得税率の増大が際限なく社会資本－民間資本比率と経済成長率及び土地有効利用度を高めるという、不自然な結論が導出される点に難があった。

そこで、本論ではBlanchard[1985]型の世代モデルを用い、(Diamond型世代モデルと同様)所有者の死亡に際し、土地を売却するルールを組み入れることにより、土地取引のあり方を適正化するとともに、微分方程式体系を用いることにより、分析の簡素化を試みる。

Blanchard[1985]は、Yaari [1965]にならい、各人がその年齢に関らず一定の確率で死亡するという仮定（perpetual youth）に立脚することにより、期待寿命、人口成長率等の重要な変数を外生化することを可能にし、マクロの集計と各種分析を容易にした。そのあつかい易さのゆえに、Blanchardモデルは、政府の負債、財政赤字等、現代社会が抱える財政上の諸問題、及びかかる問題を解決する手段としての財政政策の有効性の分析等、広い範囲に応用されているが（Ascari and Rankin[2007]）、本論では、これとは異なる観点からも、Blanchard 型世代モデルを用いることの利点を見出し、分析を行う。

既に述べたとおり、近年、我が国で問題視されている地域衰退の大きな原因の1つは少子化であるが、これは、国全体にとっても、経済成長を妨げるボトルネックとなり得る。この点、Blanchardモデルにおいて外生変数として与えられている出生率をコントロールすることにより、出生率の上昇が人口1人当たり（per capita）経済成長率、及び土地有効利用度にいかなる影響を及ぼすかを分析することが可能となる。

本論における次章以下の構成は以下のとおりである。次のⅡでは、モデルの概要を説明する。Ⅲでは、モデルを、複数の微分方程式によって構成される体系に集約する。Ⅳでは、Ⅲをもとに、定常的成長均衡における方程式体系を導出し、所得税率の変更が、経済成長率、土地有効利用度に与える影響を分析する。さらに、出生率の上昇が人口1人当たり（per capita）経済成長率、及び土地有効利用度に及ぼす影響を分析し、その結果が何を示唆するかに言及し、今後の研究の方向性を述べる。最後のⅤでは、本論で得られた分析結果を整理し、今後の課題を述べる。

Ⅱ　モデル

1．地域と人口分布

経済・社会が閉鎖的な単一の地域のみによって構成される状況を想定する。当該地域における人口動態（demography）については、Blanchard[1985]型の連続型重複世代モデル（continuous-time overlapping generations model）の枠組みに依拠し、出生率が一定のもと、各人の寿命がある一定の確率分布にしたがうことを仮定する。

上記の仮定に基づき、直後のaでは、本論における人口動態的な問題を検討する。次のbでは、各人の死亡に際し、その所有する資産をどのように取りあつかうか、資産取引に関わるルールを明らかにする。

a.人口に関する仮定

人口動態的な問題を議論するに際し、直前に記した事項を反映し、次の仮定2-1をおく。

仮定2-1

①各人の寿命が x 以上である確率を、$P(X \geq x)$ とすると、次のように表される。

$$P(X \geq x) = e^{-px}$$

②出生率は b である。

補題 2-1　各個人が任意の時点で生存している確率は指数分布にしたがい、その確率密度関数 $f(x)$ は次のように表わされる。

$$f(x) = pe^{-px}$$

また、各個人の単位期間当たり死亡確率は p である。

（証明）

仮定 2-1①により、寿命が x 未満である確率分布関数 $P(X < x)$ は、

$P(X<x)=1-e^{-px}\equiv F(x)$.

確率分布関数の定義により、

$$F(x)=\int_0^x f(v)dv=1-e^{-px}.$$

しかるに、確率密度関数は確率分布関数の導関数であり、補題の前半がしたがう。つまり、

$f(x)=F'(x)=pe^{-px}$.

ここで、期間の経過をΔxとおき、事象Aを、各個人の寿命が$x+\Delta x$未満であるとする。また、事象Bを各個人がx以降も生きる事象であるとする。

このとき、各人が$(x,x+\Delta x)$の間に死ぬ確率は、事象Bが生起するもとでの事象Aが生起する条件付き確率である。

上記の条件付き確率を$p(A|B)$とおくと、以下のように表すことができる。

$$p(A|B)=\frac{N(A\cap B)}{N(B)}=\frac{p(A\cap B)}{p(B)}.$$

ところで、上記において、Δxを極めて小さな値と想定すると、次が成り立つ。

$p(A\cap B)=f(x)=pe^{-px}$.

また、定義により、

$p(B)=P(X\geq x)=e^{-px}$

以上より、定理の後半がただちにしたがう。

（証明了）

補題 2-2　$N(t)$を時点tにおける総人口とする。また、$N(0)$を時点 0 における総人口であるものとすると、$n=b-p$のもと、

(2-1) $N(t)=N(0)e^{nt}$.

（証明）

各世代の各個人i（$i=1,2,\ldots,k$）がその期に死亡することに$z_i=1$，生存することに$z_i=0$のインデックスをそれぞれ付与することにより、ベルヌーイ列$\{z_1,z_2,\ldots,z_k\}$が作られ、各個人の単位期間当たり死ぬ確率はpであること（補題 2-1 後半）により、

$E(z_i)=p, Var(z_i)=p(1-p)$

であるから、大数の法則より、

$$\operatorname*{plim}_{k\to\infty}\frac{z_1+z_2+\cdots+z_k}{k}=p \quad \text{（確率収束）}$$

が成立する。これは、各世代の各期における全人口に占める死亡者の割合（死亡率）がpであることを意味している。

これと、仮定 2-1②により、期間の経過をΔtとおくと、

$N(t+\Delta t)-N(t)=(b-p)N(t)\Delta t=nN(t)\Delta t$

と書くことができるが、上記の両辺をΔtで除し、$\Delta t\to 0$とすると、

$$\frac{\dot{N}(t)}{N(t)}=n$$

が得られ、所望の結論がしたがう。（証明了）

補題 2-3　$N(s,t)$を時点sに生まれた世代の時点tにおける人口とする。このとき、$N(s,t)$は、以下(2-2)で表される。

(2-2) $N(s,t)=N(0)e^{ns}be^{-p(t-s)}$

（証明）仮定 2-1②より、時点sの出生人口は、$bN(s)$で表される。この世代の、時点tにおける生存確率は、$P(X\geq t-s)$であるから、補題 2-2 も考慮しつつ、

$N(s,t)=bN(s)P(X\geq t-s)=bN(0)e^{ns}e^{-p(t-s)}$

が得られ、所望の結論がしたがう。（証明了）

定理 2-4　$N(s,t)$ をすべての世代で集計すると、時点 t における総人口 $N(t)$ を得る。

（証明）(2-2)をすべての世代について集計することにより、$n=b-p$ を考慮しつつ、

$$\int_{-\infty}^{t} N(0)be^{ns}e^{p(s-t)}ds = N(0)be^{-pt}\int_{-\infty}^{t} e^{(n+p)s}ds$$

$$= N(0)be^{-pt}\left[\frac{1}{b}e^{bs}\right]_{-\infty}^{t} = N(0)b\cdot\frac{1}{b}e^{nt} = N(t)$$

となり、定理がしたがう。　　　　（証明了）

b.生命保険の導入

ここに、家計が遺産、負債も残さないよう、私的な生命保険市場が存在し、生命保険会社が、以下のようなサービスを提供することを仮定する。すなわち、各主体は、生前に配当を受ける見返りに、その死に際し、全ての資産を生命保険会社に譲渡することを契約する。

定理 2-5　生命保険会社と利用者（主体）が無数に存在するならば、自由参入及び自由競争の仮定のもと、生前、$a(t)$ の資産を保有する各主体が生命保険会社から受け取る配当は $pa(t)$ である。

（証明）いま、t 期に生命保険会社が直面する期待収益 $R_E(t)$ は、補題 2-1 より、死亡する確率が一定値 p であるから、

$$R_E(t) = pa(t).$$

次に、各主体が生命保険会社から生前受け取る配当率を x とおくと、t 期に生命保険会社が直面する費用は、

$$C_E(t) = xa(t).$$

生命保険会社にとって赤字経営であってはならないので、$p \geq x$ が成り立たねばならないが、$p > x$ であれば自由参入の仮定により、生命保険会社が続々と参入を続ける。ゆえに、$x = p$　となり、定理がしたがう。（証明了）

２．企業の行動

完全競争の仮定のもと、生産活動を行う部門として、合成財部門、土地利用転換サービス部門を想定する。家計は、生活の糧を得るため、毎期 1 単位の労働力を、合成財部門、土地利用転換サービス部門のいずれかを選択し、供給する。ただし、労働人口は家計数に等しいものとする。

（1）合成財部門

合成財部門は民間資本、土地及び労働を用いて日常生活に必要なあらゆる財（合成財）及び民間資本の生産を行う。第 t 期における代表的企業の生産水準を $\hat{y}_m(t)$ とし、合成財部門の生産活動に使用される土地（以下、産業用地と表示する）及び労働力をそれぞれ $\hat{k}_m(t),\hat{l}_m(t),\hat{n}_m(t)$ として、次の Cobb-Douglas 型の生産関数にしたがう。

(2-3)

$$\hat{y}_m(t) = F(\hat{k}_m(t),\hat{l}_m(t),\hat{n}_m(t))$$
$$= A\hat{k}_m(t)^x\,\hat{l}_m(t)^z\,\hat{n}_m(t)^\omega\,G(t)^\lambda\,N(t)^\varepsilon,$$
$$0<x<1, 0<z<1, 0<\omega<1, x+z+\omega=1,$$
$$\lambda>0, \varepsilon<0.$$

上記(2-4)における $G(t)^\lambda$ は、生産を行うに際し、社会資本を無償で利用することにより、もたらされる正の技術的外部効果を表すが、Barro[1990]が想定するフローとしての行政サービスではなく、Futagami,Morita and Shibata [1993]が想定するように、ストックとしての社会資本が、経済成長を持続させる原動力となることを仮定する。

他方、人口増加に伴う混雑が、経済活動に対し、Rabenau[1979]も想定したマイナスの影響をもたらすことを仮定する。(2-3)における $N(t)^\varepsilon$ が、人口増加がもたらす負の外部効果である。

ここに、両地域とも企業規模は等しく、企業数はそれぞれの地域における人口に等しいものとする。また、$K_m(t), L_m(t), N_m(t)$ を、それぞれ経済・社会全体における民間資本、産業用地及び労働力の水準であるものとすると、仮定により、以下(2-4)が成立する。

(2-4) $K_m(t) = N(t)\hat{k}_m(t), L_m(t) = N(t)\hat{l}_m(t),$
$N_m(t) = N(t)\hat{n}_m(t).$

簡単化のため、$\lambda = 1 - x, \varepsilon = -\omega$ とおくと、(2-4)は、次の(2-4')のように書き換えられる。

(2-4') $Y_m(t) = AL_m(t)^z n_m(t)^\omega g(t)^{1-x} K_m(t)$.

上記 $Y_m(t)$ は経済・社会全体における合成財部門の生産量であり、$g(t) \equiv G(t) / K_m(t)$ は、社会資本－民間資本比率である。

次に、生産される合成財と民間資本の価格を 1 (numeraire) とし、$r_m(t), \pi_m(t), w_m(t)$ を、それぞれ資本レンタル率、地代、合成財部門の貨幣労働賃金率とし、$n_m(t) \equiv N_m(t) / N(t)$ を、合成財部門に雇用される労働力の割合とする。このとき、利潤最大化に行動により、以下(2-5)～(2-7)が導かれる。

(2-5) $r_m(t) = xAL_m(t)^z n_m(t)^\omega g(t)^{1-x}$,

(2-6)

$$\pi_m(t) = zAL_m(t)^{z-1} n_m(t)^\omega g(t)^{1-x} K_m(t),$$

(2-7)

$$w_m(t) = \omega AL_m(t)^z n_m(t)^{\omega-1} g(t)^{1-x} K_m(t) N(t)^{-1}.$$

（2）土地利用転換サービス部門

土地の用途選択は、各時点の土地所有者によって行われることから、産業用地については、売却に際し、更地に利用転換することとなる。そこで、土地の利用転換に専業する部門（土地利用転換サービス部門）の存在を仮定する。土地利用転換を行うための生産要素は労働力のみであるが、合成財部門と同様、ストックとしての社会資本を無償で利用することができるものとする。

いま、第 t 期に提供される土地利用転換サービスの総量を $Y_b(t)$, 投入される労働力、また、労働力全体に占める割合を、それぞれ $N_b(t)$ 及び $n_b(t)$ とし、土地の用途転換に利用可能な社会資本ストックの水準を $G(t)$ とし、次のような簡単な生産関数を仮定する。

(2-8)

$$Y_b(t) = BN_b(t)\left(\frac{G(t)}{N(t)}\right) = Bn_b(t)G(t), B > 0.$$

上記(2-8)は、土地利用転換サービス 1 単位の生産に必要な労働力は、$N(t) / BG(t)$ であることを意味する。つまり、ここでも、人口増加に伴う混雑により、社会資本がもたらすサービスの水準が低下することを仮定する。

いま、効率単位で測った 1 単位の産業用地の利用転換に 1 単位のサービスを投入するとする。このとき、その期に売却の対象となる産業用地の効率単位で測った水準を $\tilde{L}_m^*(t)$ で表すと、土地利用転換サービスの需給均衡式は、次の(2-9)で与えられる。

(2-9) $\tilde{L}_m^*(t) = Bn_b(t)G(t)$.

ただし、効率単位で測った利用転換の対象となる産業用地の水準は、物理単位のそれを $\tilde{L}_m(t)$ として、次の(2-10)で表される。

(2-10) $\tilde{L}_m^*(t) = K_m(t)\tilde{L}_m(t)$.

以上により、(2-9)は、次の(2-9')のように、書き換えることができる。

(2-9') $\tilde{L}_m(t) = Bn_b(t)g(t)$.

ここに、効率単位当たり土地利用転換サービス 1 単位の価格を$\phi(t)$, 土地利用転換部門における名目賃金を$w_b(t)$, 同部門の第t期における利潤は、労働力$N_b(t)$の関数として、

$$\Pi_b(N_b(t)) = \phi(t)BN_b(t)\left(\frac{G(t)}{N(t)}\right) - w_b(t)N_b(t)$$

と表わされる。ゆえに、サービス生産量が正になるような完全競争均衡は、次で与えられる。

(2-11) $w_b(t)N(t) = B\phi(t)G(t)$.

３．家計の行動

（１）効用関数

s期生まれの代表的家計のt期における合成財の消費水準を、$c_m(s,t)$とおく。このとき、同世代が任意のt時点に直面する効用関数$U(c_m(s,t))$は、期待を表す演算子E及び世代間割引率$\rho > 0$のもと、次で表される。

(2-12)

$$U(c_m(s,t)) = E\left(\int_t^{\infty} \log c_m(s,v)e^{-\rho(v-t)}dv\right).$$

定理 2-6　各人の死亡する確率がpである場合、s期生まれの各家計がt期に直面する効用関数は、次の(2-13) で表される。

(2-13)

$$U(c_m(s,t)) = \int_t^{\infty} \log c_m(s,v)e^{-(\rho+p)(v-t)}dv.$$

（証明）各家計は、生存している場合、財の消費による効用を得られるが、死亡している場合、効用を得られない。ところで、t期から見てv期に生存している確率は$P(X \geq v-t)$であるから、期待効用は、以下のように表される。

$$EU(c_m(s,t)) = \int_t^{\infty} P(X \geq v-t)\log c_m(s,v)e^{-\rho(v-t)}dv$$
$$+P(X < v-t)\cdot 0$$
$$= \int_t^{\infty} e^{-p(v-t)}\log c_m(s,v)e^{-\rho(v-t)}dv$$

（証明了）

（２）予算制約式

各家計は、労働所得であるか、利子所得であるかを問わずすべての所得に対し、社会資本建設の財源とすべく、一定の税率（θ）で所得税を課されるという仮定をおく。

ここに、s期生まれ代表的家計のt期における労働所得を$w(s,t)$とおく。また、家計の非人的資産を、それぞれ$a(s,t)$とおく。このとき、家計が直面する予算制約式は、市場利子率を$r(t)$とおき、次の(2-14)で表わされる。

(2-14)

$$\frac{da(s,t)}{dt}$$
$$= (1-\theta)[r(t)+p]a(s,t)+(1-\theta)w(s,t)-c_m(s,t).$$

（３）効用最大化の必要条件

家計が直面する最適化問題は、以下の(P)のように記すことができる。

$$\max_{c,a} \int_t^{\infty} \log c_m(s,v)e^{-(\rho+p)(v-t)}dv,$$

(P) $s.t.$

$$\frac{da(s,t)}{dt} = (1-\theta)[r(t)+p]a(s,t)$$
$$+(1-\theta)w(s,t)-c_m(s,t),$$

ここに、$q(s,t)$を随伴変数とし、(P)に対応する当該期価値ハミルトン関数は、以下で、与えられる。

$$\tilde{H}(a(s,t),c_m(s,t),q(s,t))$$
$$=\log c_m(s,t)$$
$$+q(s,t)\{(1-\theta)[r(t)+p]a(s,t)$$
$$+(1-\theta)w(s,t)-c_m(s,t)\},$$

最適化の必要条件は、以下(2-15)～(2-17)のように導出される。

(2-15) $\dfrac{1}{c_m(s,t)}=q(s,t)$,

(2-16)
$$\partial q(s,t)/\partial t=[\rho-(1-\theta)r(t)+\theta p]q(s,t),$$
(2-17)
$$\lim_{v\to\infty}a(s,v)\exp\left(-\int_t^v(1-\theta)(r(\mu)+p)d\mu\right)=0.$$

上記のうち(2-17)はN.P.G.条件であるが、次の横断条件(2-18)と同値である（付録 1 参照)。

(2-18) $\lim\limits_{v\to\infty}q(s,v)e^{-(\rho+p)v}a(s,v)=0$.

また、(2-15)及び(2-16)より、以下のオイラー方程式(2-19)を得る。

(2-19)
$$\frac{dc_m(s,t)}{dt}=[(1-\theta)r(t)-\rho-\theta p]c_m(s,t).$$

定義 2-1　s 期生まれの家計の t 期における人的資産（human wealth）を $h(s,t)$ とおくと、次の(2-20)のように生涯にわたって得る労働賃金の割引現在価値の合計として定義される。

(2-20)
$$h(s,t)=\int_t^\infty(1-\theta)w(s,v)\cdot$$
$$\exp\left\{-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right\}dv.$$

この定義 **2-1** に関し、次の定理 **2-7** を得る。

定理 2-7　t 期における消費の割引現在価値の合計は、非人的資産及び人的資産の和に等しくなる。すなわち、以下(2-21)が成立する。

(2-21)
$$\int_t^\infty c_m(s,v)\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right)dv$$
$$=a(s,t)+h(s,t).$$

（証明）(2-14)を(2-20)に適用すると、以下が計算される。

$$h(s,t)=\int_t^\infty\left\{\frac{da(s,v)}{dv}-(1-\theta)[r(v)+p]a(s,v)+c_m(s,v)\right\}$$
$$\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right)dv$$
$$=\int_t^\infty\frac{da(s,v)}{dv}\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right)dv$$
$$-(1-\theta)\int_t^\infty[r(v)+p]a(s,v)$$
$$\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right)dv$$
$$+\int_t^\infty c_m(s,v)\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right)dv.$$

いま、$\int r(\mu)d\mu=R(\mu)$　とおくと、

(2-22)
$$\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v[r(\mu)+p]d\mu\right)=e^{(1-\theta)[R(t)-R(v)+pt-pv]}$$

と表わすことができるから、

(2-23)
$$h(s,t)$$
$$=e^{(1-\theta)[R(t)+pt]}\left[\int_t^\infty\frac{da(s,v)}{dv}e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv\right.$$
$$-(1-\theta)\int_t^\infty[r(v)+p]a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv$$
$$\left.+\int_t^\infty c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv\right].$$

ここで、部分積分の公式により、

$$\int_t^\infty \frac{d[a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}]}{dv}dv$$
$$=\int_t^\infty \frac{da(s,v)}{dv}e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv$$
$$-(1-\theta)\int_t^\infty [r(v)+p]a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv$$

が成り立つが、N.P.G.条件(2-17)を考慮し、

$$\int_t^\infty \frac{d[a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}]}{dv}dv$$
$$=\left[a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}\right]_t^\infty$$
$$=-a(s,t)e^{-(1-\theta)[R(t)+pt]}.$$

これを(2-23)に適用すると(2-21)がしたがう。

（証明了）

補題 2-8　s 期生まれの家計の t 期における消費水準 $c_m(s,v)$ に関し、以下が成立する。

(2-24)

$$\lim_{v\to\infty} c_m(s,v)\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v [r(\mu)+p]d\mu\right)=0.$$

（証明）オイラー方程式(2-19)より、(2-22)を考慮しつつ、以下が得られる。

$$c_m(s,v)$$
$$=c_m(s,s)e^{-(1-\theta)R(s)+\rho s+\theta ps}e^{(1-\theta)R(v)-\rho v-\theta pv}$$
$$=c_m(s,s)\exp\left\{\int_s^v [(1-\theta)r(\mu)-\rho-\theta p]d\mu\right\}.$$

これにより、

$$\lim_{v\to\infty} c_m(s,v)\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v [r(\mu)+p]d\mu\right)$$
$$=e^{(1-\theta)[R(t)+pt]}\lim_{v\to\infty} c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}$$
$$=e^{(1-\theta)[R(t)+pt]}\cdot e^{-(1-\theta)R(s)+\rho s+\theta ps}\cdot c_m(s,s)\cdot \lim_{v\to\infty} e^{-(\rho+p)v}$$
$$=0.$$

（証明了）

定理 2-9　s 期生まれ家計の t 期における消費水準,非人的資産,人的資産の関係につき、以下(2-25)が成立する。

(2-25) $c_m(s,t)=(\rho+p)[a(s,t)+h(s,t)].$

（証明）はじめに、(2-21)に(2-22)を適用することにより、以下が得られる。

(2-21’) $$e^{(1-\theta)[R(t)+pt]}\int_t^\infty c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv$$
$$=a(s,t)+h(s,t).$$

ところで、

$$\frac{d[c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}]}{dv}$$
$$=e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}\frac{dc_m(s,v)}{dv}$$
$$-(1-\theta)[r(v)+p]c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}$$

が得られるが、右辺第 1 項にオイラー方程式(2-19)を適用することにより、

$$\frac{d[c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}]}{dv}$$
$$=-[\rho+\theta p+(1-\theta)p]c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}$$
$$=-(\rho+p)c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}$$

となる。この両辺を積分すると、

$$\left[c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}\right]_t^\infty$$
$$=-(\rho+p)\int_t^\infty c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv$$

が得られるが、(2-24)を考慮すると、左辺は $-c_m(s,t)e^{-(1-\theta)[R(t)+pt]}$ に等しくなるから、次の(2-26)が導出される。

(2-26) $$\int_t^\infty c_m(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}dv$$
$$=\frac{1}{\rho+p}c_m(s,t)e^{-(1-\theta)[R(t)+pt]}.$$

この(2-26)を(2-21)に適用することにより、(2-25)がしたがう。　（証明了）

（4）集計

s 期生まれ世代の t 期における人口を $N(s,t)$ とし、非人的資産、人的資産、消費水準を、以下(2-27)〜 (2-29)のように集計する。

(2-27)
$$A(t)=\int_{-\infty}^{t} a(s,t)N(s,t)ds =\int_{-\infty}^{t} a(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds,$$

(2-28)
$$H(t)=\int_{-\infty}^{t} h(s,t)N(s,t)ds =\int_{-\infty}^{t} h(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds,$$

(2-29)
$$C_m(t)=\int_{-\infty}^{t} c_m(s,t)N(s,t)ds =\int_{-\infty}^{t} c_m(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds.$$

ただし、仮定 2-1②及び補題 2-2 により、

$$N(s,s)=bN(s)=bN(0)e^{ns}$$

であり、補題 2-3 と整合することがわかる。

ここに、(2-28)に、(2-20)を適用すると、

$$H(t)=\int_{-\infty}^{t}\int_{t}^{\infty}(1-\theta)w(s,v) \exp\left\{-(1-\theta)\int_{t}^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right\}dv \, N(s,s)e^{-p(t-s)}ds.$$

が得られる。積分の順序を変えることにより、以下が導かれる。

$$H(t)=\int_{t}^{\infty}\left[\int_{-\infty}^{t}(1-\theta)w(s,v)N(s,s)e^{-p(t-s)}ds\right] \exp\left\{-(1-\theta)\int_{t}^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right\}dv.$$

上記において労働は賃金、誕生時点に関わらず、等しく分配されること（$w(s,v)=w(v)$）を仮定する。また、定理 2-4 により、

(2-30)
$$\int_{-\infty}^{t} N(s,t)ds=\int_{-\infty}^{t} N(s,s)e^{-p(t-s)}ds=N(t)$$

が成り立つことから、次の(2-31)が導出される。

(2-31)
$$H(t)=N(t)\int_{t}^{\infty}(1-\theta)w(v) \exp\left\{-(1-\theta)\int_{t}^{v}[r(\mu)+p]d\mu\right\}dv.$$

ここに、(2-31)の両辺を時間 t で微分すると、次の(2-32)が得られる（付録 2 参照）。

(2-32) $\dot{N}(t)/N(t)=n$.

次に、(2-22) ,(2-32)を考慮し、(2-31)を時間 t で微分すると、次の(2-33)を得る。

(2-33)
$$\dot{H}(t)=\{n+(1-\theta)[r(t)+p]\}H(t)-(1-\theta)w(t)N(t).$$

また、(2-25)を各時点の総人口で集計し、(2-27), (2-28), (2-29)を適用すると、以下を得る。

(2-34) $C_m(t)=(\rho+p)[A(t)+H(t)]$.

ここに、以下の補題 2-10（Leibnitz's Rule）を与えておく。

補題 2-10　いま、$g(t)=\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} f(s,t)ds$ とおくと、以下が成立する。

$$g'(t)=f(\beta(t),t)\beta'(t)-f(\alpha(t),t)\alpha'(t) +\int_{\alpha(t)}^{\beta(t)}\frac{\partial f(s,t)}{\partial t}ds.$$

（証明）Kamien and Schwartz[1991]を参照せよ。

定理 2-11　集計された非人的資産 $A(t)$ に関する(2-27)を時間 t で微分することにより、次の(2-35)が成立する。

(2-35)
$$\dot{A}(t) = N(t,t)a(t,t) - pA(t) + \int_{-\infty}^{t} \frac{da(s,t)}{dt} N(s,s)e^{-p(t-s)}ds.$$

（証明）補題 2-10 において$\alpha(t) = -\infty$, また、$\beta(t) = t$，さらに、

$$f(s,t) = a(s,t)N(s,s)e^{-p(t-s)}$$

とおくことにより、(2-35)がしたがう。

（証明了）

いま、(2-35)に、重複世代モデルの前提すなわち新たに生まれた世代は資産を保有していないことにより、$a(t,t) = 0$であることを考慮しつつ、(2-14)を適用すると、次の(2-36)が得られる。

(2-36)
$$\dot{A}(t) = \{-p + (1-\theta)[r(t) + p]\} A(t) + (1-\theta)w(t)N(t) - C_m(t).$$

また、(2-34)の両辺を時間tで微分し、(2-34)を考慮しつつ、(2-33)及び(2-35)を適用することにより、以下、(2-37)が得られる。

(2-37)
$$\dot{C}_m(t) = \{n + (1-\theta)[r(t) + p] - (\rho + p)\} C_m(t) - b(\rho + p)A(t).$$

４．市場均衡

（１）労働市場

経済・社会における労働人口が総人口に等しい$N(t)$であることから、以下の労働市場の需給均衡式が成立する。

(2-38) $N_m(t) + N_b(t) = N(t)$.

上記(2-38)の両辺を、$N(t)$で除すると、次が得られる。

(2-38') $n_m(t) + n_b(t) = 1$.

ところで、労働市場における裁定条件は、合成財部門と土地利用転換部門における貨幣賃金率が等しくなることであるから、

(2-39)
$$w(t) = \omega AL_m(t)^z n_m(t)^{\omega-1} g(t)^{1-x} K_m(t)N(t)^{-1} = B\phi(t)G(t)N(t)^{-1}.$$

（２）土地市場

ここに、$L_v(t)$を遊休地とし、経済・社会全体における土地の総量は一定（L）であるとすると、次の土地市場の需給均衡式を得る。

(2-40) $L_m(t) + L_v(t) = L$.

ただし、補題 2-2 により、各期における死亡率がpであることから、産業用地、遊休地それぞれの取引の対象となる土地の量の期待値は、各用途の総量にpを乗じて求められる。つまり、次の(2-41)が成立する。

(2-41) $\tilde{L}_m(t) = pL_m(t), \tilde{L}_v(t) = pL_v(t)$.

上記$\tilde{L}_m(t)$及び$\tilde{L}_v(t)$は、それぞれ、取引の対象となる産業用地及び遊休地の量である。

（３）資産市場

a.資産市場における需給均衡

各家計は寿命以外について完全予見（perfect foresight）の仮定のもと、貯蓄を原資とし､民間資本、及び２種類の土地（産業用地及び遊休地）のいずれかを選択し､運用する。

家計が保有するうち､産業用地については､売却に先立ち、すべて更地に転換されることから、取引が行われる際には、もともと更地である遊休地と同一の価格が適用される。

そこで$q_L(t)$を、用途共通の土地価格とし、次の資産市場の需給均衡式(2-42)が成立する。

(2-42) $A(t) = K_m(t) + q_L(t)L$.

b.民間資本と預金等の裁定条件

資本減耗率をδとおくと、資産を実物資本として運用する場合と預金等で運用する場合の裁定条件は、それぞれの収益率が等しくなること（$r(t)=r_m(t)-\delta$）であるから、(2-5)により、次の(2-43)で表わされる。

(2-43) $r(t)=xAL_m(t)^z n_m(t)^\omega g(t)^{1-x}-\delta$.

c.預金等と産業用地の裁定条件

初期（t期）に$q_L(t)$の資金を産業用地の購入に充てるか、預金するかの選択に直面する家計の資産裁定式を、以下のような積分形式で示す。

(2-44) $$q_L(t)=\int_t^\infty \exp\left\{-\int_t^v r(\mu)d\mu\right\}[\pi_m(v)-p\phi(v)K_m(v)]dv.$$

上記(2-44)における$p\phi(v)K_m(v)$は、産業用地を資産として購入した家計が、死亡時を想定し、各期に支払う土地利用転換費用であり、産業用地 1 単位当たりの利用転換価格に死亡確率pを乗じて表される。

逆に、各人の期待寿命は$1/p$であることから（付録 3 参照）、これを、$p\phi(v)K_m(v)$に乗ずることにより、産業用地 1 単位当たりの利用転換価格$\phi(v)K_m(v)$が導出される。

そして、上記(2-44)の両辺を微分すると、次の(2-45)が成立する。

(2-45) $$r(t)=\frac{\dot{q}_L(t)+\pi_m(t)-p\phi(t)K_m(t)}{q_L(t)}.$$

d.産業用地と遊休地の裁定条件

資産として遊休地を運用することにより、地代収入を得られない半面、土地利用転換費用を負担せずにすむことから、産業用地と遊休地の選択に直面する家計の資産裁定式は、

(2-46) $p\phi(t)K_m(t)=\pi_m(t)$.

そして、(2-45)及び(2-46)より、以下を得る。

(2-47) $$r(t)=\frac{\dot{q}_L(t)}{q_L(t)}.$$

（4）財市場

経済・社会全体における財市場均衡式は、次のように表される（付録 4 参照）。

(2-48)

$$Y_m(t)=C_m(t)+\dot{K}_m(t)+\delta K_m(t)+\dot{G}(t).$$

（5）政府部門

家計から徴収した所得税収を、社会資本建設の費用に充当することを仮定すると、以下が成立する。

(2-49) $\dot{G}(t)=\theta[w(t)N(t)+(r(t)+p)A(t)]$.

Ⅲ　動学体系

1．動学体系の構築に向けて（モデルの整理）

（1）労働市場の需給均衡式より

はじめに、(2-6)及び(2-46)より、以下(3-1)が得られる。

(3-1) $p\phi(t)=zAL_m(t)^{z-1}n_m(t)^\omega g(t)^{1-x}$.

ここに、(3-1)及び (2-39)より$\phi(t)$を消去すると、以下を得る。

(3-2) $$n_m(t)=\frac{p\omega}{zB}L_m(t)g(t)^{-1}.$$

他方、(2-9’)及び(2-41)より、以下の(3-3)が得られる。

(3-3) $$n_b(t)=\frac{p}{B}L_m(t)g(t)^{-1}.$$

以上、(3-2),(3-3)を、労働市場の需給均衡式(2-38’)に適用することにより、以下を得る。

(3-4) $L_m(t)=\dfrac{zB}{p(1-x)}g(t)$.

さらに、(3-4)を(3-2),(3-3)に適用すると、以下(3-2')及び(3-3')が得られる。

(3-2') $n_m(t)=\dfrac{\omega}{1-x}$,

(3-3') $n_b(t)=\dfrac{z}{1-x}$.

（２）要素価格及び生産関数の変形

はじめに、(2-5)に(3-2'),(3-4) を適用することにより、以下を得る。

(3-5)

$$r_m(t)=xA\left(\frac{B}{p}\right)^z\left(\frac{z}{1-x}\right)^z\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^\omega g(t)^{1+z-x}.$$

上記(3-5)を(2-43)に適用することにより、以下のような市場利子率の式が得られる。

(3-6)

$$r(t)$$
$$=xA\left(\frac{B}{p}\right)^z\left(\frac{z}{1-x}\right)^z\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^\omega g(t)^{1+z-x}-\delta$$
$$\equiv r[g(t)]-\delta.$$

次に、(3-2'),(3-4)を(3-1)に適用することにより、次の(3-7)が得られる。

(3-7)

$$p\phi(t)=zA\left(\frac{B}{p}\right)^{z-1}\left(\frac{z}{1-x}\right)^{z-1}\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^\omega g(t)^{z-x}.$$

また、(2-6)に(3-2'),(3-4)を適用することにより、次の(3-8)が得られる。

(3-8)

$$\pi_m(t)=zA\left(\frac{B}{p}\right)^{z-1}\left(\frac{z}{1-x}\right)^{z-1}\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^\omega g(t)^{z-x}K_m(t).$$

さらに、(2-39)に(3-2'),(3-4)を適用することにより、次の(3-9)が得られる。

(3-9)

$$w(t)$$
$$=\omega A\left(\frac{B}{p}\right)^z\left(\frac{z}{1-x}\right)^z\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^{\omega-1} g(t)^{1+z-x}K_m(t)N(t)^{-1}.$$

最後に、生産関数(2-4')は、(3-2'),(3-4)を適用することにより、以下(3-10)のように書き換えることができる。

(3-10)

$$Y_m(t)=A\left(\frac{B}{p}\right)^z\left(\frac{z}{1-x}\right)^z\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^\omega g(t)^{1+z-x}K_m(t).$$

２．定常的成長均衡とその動学的安定性

（１）定常的成長均衡

本論における定常的成長均衡は、生産水準 $Y_m(t)$,消費水準 $C_m(t)$,実物資本 $K_m(t)$,社会資本 $G(t)$,さらには土地価格 $q_L(t)$ が時間を通じて同一の率 γ で成長するような均衡である。この点、次章Ⅳで詳しく論じるが、成長率 γ は、(2-47)及び(3-6)より、以下(3-11)で与えられる。

(3-11)

$$\gamma[g(t)]=\frac{\dot{q}_L(t)}{q_L(t)}=x\hat{A}g(t)^{1+z-x}-\delta=r[g(t)]-\delta.$$

ただし、

$$\hat{A}=A\left(\frac{B}{p}\right)^z\left(\frac{z}{1-x}\right)^z\left(\frac{\omega}{1-x}\right)^\omega.$$

すなわち、成長率 γ が、市場利子率と等しくなる点、及び成長率が民間資本－社会資本比率 $g(t)$ の単調増加関数となり、所得税率 θ を増減する財政政策の変更が $g(t)$ の増減をもたらし、それに応じて経済成長率も上昇あるいは下落する点において、奈良[2008]及び同[2009]と同様である。

（2）動学的体系の構築

ここに、$v(t) \equiv q_L(t)L / K_m(t)$,及び、

$c(t) \equiv C_m(t) / K_m(t)$ とおくと、社会資本の蓄積式(2-49)の両辺を $K_m(t)$ で除することにより、(2-42) ,(3-9)及び(3-11)を考慮し、以下を得る。

(3-12)

$$g(t)\frac{\dot{G}(t)}{G(t)} = \theta\Big\{[x\hat{A}g(t)^{1+z-x} - \delta + p][1+v(t)] + (1-x)\hat{A}g(t)^{1+z-x}\Big\}.$$

次に、財市場の需給均衡式(2-38)に、(3-10)及び(3-13)を適用し、両辺を $K_m(t)$ で除することにより、次の(3-13)が得られる。

(3-13)

$$\frac{\dot{K}_m(t)}{K_m(t)} = \hat{A}g(t)^{1+z-x} - c(t) - \theta\Big\{[x\hat{A}g(t)^{1+z-x} - \delta + p][1+v(t)]. + (1-x)\hat{A}g(t)^{1+z-x}\Big\} - \delta.$$

さらに、(2-42)を考慮しつつ、(2-37)の両辺を $K_m(t)$ で除すると、次の(3-14)が得られる。

(3-14)

$$c(t)\frac{\dot{C}_m(t)}{C_m(t)} = \Big\{(1-\theta)[x\hat{A}g(t)^{1+z-x} - \delta + p] + n - (\rho + p)\Big\}c(t) - b(\rho + p)[1+v(t)].$$

ここで、(3-12)及び(3-13)より、

(3-15)

$$\dot{g}(t) = \theta[1+g(t)]\Big\{[1+xv(t)]\hat{A}g(t)^{1+z-x} + (p-\delta)[1+v(t)]\Big\} + [c(t)+\delta]g(t) - \hat{A}g(t)^{2+z-x} \equiv \Omega[g(t),c(t),v(t)].$$

また、(3-13)及び(3-14)より、

(3-16)

$$\dot{c}(t) = c(t)^2 + \Big\{[\theta xv(t) - (1-\theta)(1-x)]\hat{A}g(t)^{1+z-x} + (n-\rho) + \theta(p-\delta)v(t)\Big\}c(t) - b(\rho+p)[1+v(t)] \equiv \Gamma[g(t),c(t),v(t)].$$

さらに、(3-11)及び(3-13)より、

(3-17)

$$\dot{v}(t) = \Big\{-(1-x)\hat{A}g(t)^{1+z-x} + c(t) + \theta[1+xv(t)]\hat{A}g(t)^{1+z-x} + \theta(p-\delta)[1+v(t)]\Big\}v(t) \equiv \Lambda[g(t),c(t),v(t)].$$

以上、(3-15),(3-16)及び(3-17)が 3 つの状態変数 $g(t), c(t), v(t)$ 及びに関する完全な動学体系を構成する。

ここで、g, c 及び v を、それぞれ、定常的成長均衡解における $g(t), c(t)$ 及び $v(t)$ の値として定め、上記(3-15),(3-16)及び(3-17)を、c , v 及び g の近傍で線形近似し、以下のような偏導関数を含む行列の形式で表すこととする。

(3-18)

$$\begin{pmatrix} \dot{g}(t) \\ \dot{c}(t) \\ \dot{v}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Omega_c & \Omega_v & \Omega_g \\ \Gamma_c & \Gamma_v & \Gamma_g \\ \Lambda_c & \Lambda_v & \Lambda_v \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g(t) - g \\ c(t) - c \\ v(t) - v \end{pmatrix}.$$

3 変数 $g(t)$, $c(t)$, $v(t)$ のうち先決変数は $g(t)$ のみである。つまり、$g(t)$,$c(t)$,$v(t)$の初期値を、それぞれ $g(0), c(0), v(0)$ とおくと、歴史的に値が定まっているのは、$g(0)$のみである。

ゆえに、定常的成長均衡解の動学的安定性の観点から、そこに至る解経路が一意に定まるよう、$g(0)$の値を所与とし、$c(0), v(0)$ の値を適切に選択することとなる。

本来ならば、定常解に至る解経路の一意性を保証するため、先決変数が $g(t)$ のみであることを考慮し、Buiter[1984] にならい、(3-18)の行列の固有値に関する 3 つの特性根のうち１根のみが負であること、つまり、先決変数の数が安定根の数に一致することを証明する

必要があるが、このように、解の動学的安定性を、解析的に明らかにする点については、今後の課題とする。

Ⅳ　定常的成長均衡と比較静学

（１）定常的成長均衡における方程式体系

定常的成長均衡においては、

$$\frac{\dot{g}(t)}{g(t)}=\frac{\dot{c}(t)}{c(t)}=\frac{\dot{v}(t)}{v(t)}=0$$

が成立するが、これにより、(3-15),(3-16)及び(3-17)より、それぞれ、以下(4-1)～(4-3)を得る。

(4-1)

$$\hat{A}g^{2+z-x}=(c+\delta)g+\theta(1+g)[(1+xv)\hat{A}g^{1+z-x}+(p-\delta)(1+v)],$$

(4-2)

$$c^2+\left\{[\theta xv-(1-\theta)(1-x)]\hat{A}g^{1+z-x}+(n-\rho)+\theta(p-\delta)v\right\}c=b(\rho+p)(1+v),$$

(4-3)

$$(1-x)\hat{A}g^{1+z-x}=c+\theta[(1+xv)\hat{A}g^{1+z-x}+(p-\delta)(1+v)].$$

上記のg,c及びvは、Ⅲで定義した定常的成長均衡における 3 つの状態変数$g(t),c(t),v(t)$を表す値であり、(4-1)～(4-3)の 3 本の方程式を解いて求めることができる。

（２）分析の目的と方法

本論の目的は、社会資本整備のための所得税率（θ）の上昇が経済成長率、土地の有効利用度にいかなる影響を及ぼすか、また、今後、本論で行った研究を拡張する方向を見据え、出生率（b）の上昇が経済成長率、土地の有効利用度にいかなる影響を及ぼすかを明らかにすることである。

上記の分析目的に関するパラメータ（所得税率θ及び出生率b）の値を変化させることにより、(4-1)～(4-3)の 3 本の方程式における 3 つの変数c,v及びgがいかなる影響を受けるかを解析的に求めることは困難である。

したがって、関連するパラメータ（θ,b）の値の組み合わせを変え、3 変数を数値的に解き、各々のもとで解の存在を確認し、そのもとで導出される経済成長率、土地の有効利用度を比較する。

そこで、分析目的に関連するパラメータ（θ, b）以外のパラメータ（分析全体を通じて不変のパラメータ：x,z,ρ等）を、以下に示すような値に固定する。

$$x=0.300, z=0.200, \omega=0.500,$$
$$p=0.011, \rho=0.005, \delta=0.070,.$$
$$A=2.000, B=2.000, L=15.$$

上記のうち$\omega=0.500$は、最近年における国内総生産（分配面からみた GDP）に占める雇用者報酬の割合が 50%前後であることによる（『平成 28 年度国民経済計算年報』）。

また、$p=0.011$は、「平成 30 年(2018)人口動態統計の年間推計」（厚生労働省）における年間死亡者数（136 万 9000 人）が、「人口推計　平成 30 年（2018 年）12 月概算値）」（総務省）における平成 30（2018）年 12 月 1 日時点における我が国の推計総人口概算値（1 億 2642 万人）の約 1.1%であることによる。

さらに、$\delta=0.070$は、「第 2 回社会保障審議会年金部会年金財政における経済前提に関する専門委員会参考資料集」（厚生労働省）における「経済モデルに用いる各種指標の推移」のうち、最近年における資本減耗率が 7%前後であることによる。

（３）所得税率の上昇が及ぼす影響

直前の（２）で設定したパラメータに基づき、数値計算による分析を行うに際し、次の方針によって進める。

はじめに、出生率を$b=0.021$ に固定する。ただし、ここでの出生率とは、いわゆる合計

特殊出生率（1 人の女性が生涯に産む子供の数）ではなく、総人口に占める出生数の割合を意味する。

上記につき、実際のデータに着眼すると、先述した「平成 30 年(2018)人口動態統計の年間推計」（厚生労働省）における年間出生者数（92 万 1000 人）は、平成 30（2018）年 12 月 1 日時点における我が国の推計総人口概算値（1 億 2642 万人）の約 0.73%に過ぎない。しかるに、かかる現実を反映し、出生率を低い値に設定して数値計算を行うことにより、v がマイナスの値になる等、適切な解が導出されないことから、$b = 0.021$ のような現実を大きく上回る値を設定した。

次に、所得税率 θ を 0.000 から 0.1500 まで 0.001 の幅で増加させ、それぞれのもと、3 つの内生変数 g, c 及び v の値を求める。

次に、上記のうち g の値に基づき、(3-11)より定常的成長均衡における経済成長率を求める。また、g を求めることにより、(3-4)より定常的成長均衡における産業用地 L_m の値を求めることができるが、これと（2）で設定した経済全体の土地の総量（$L = 15$）より、土地の有効利用度（L_m/L）を計算することができる。

以下において、①社会資本－民間比率（g）に及ぼす影響、②経済成長率（γ）に及ぼす影響、③土地の有効利用度（L_m/L）に及ぼす影響の順に、分析結果を詳述する。

①社会資本－民間比率（g）に及ぼす影響

所得税率 θ の上昇により、社会資本－民間資本比率 g は、当初、単調に増大するが、θ がある臨界点を超えると、逆に、単調減少に転じることがわかる。

かかる g を最大化する税率は、$\theta = 0.027$ と求めることができる。社会資本－民間資本比率 g は、当初、単調に増大するが、θ がある臨界点を超えると、逆に単調減少に転じることがわかる（以上、次頁の図Ⅳ-1a 参照）。

②経済成長率（γ）に及ぼす影響

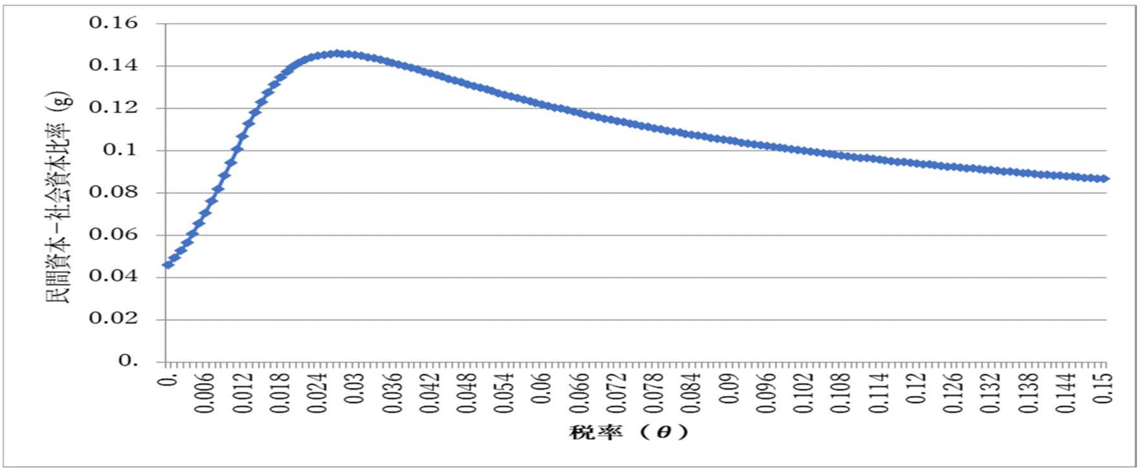
この点につき、(3-11)より定常的成長均衡における経済成長率 γ が、社会資本－民間資本比率 g の単調増加関数になることから、$\theta = 0.027$ 付近で最大化されることがわかる。また、最大値は、$\gamma = 0.1277$ である。

さらに、人口成長率が $n = 0.01$ であることから、$\theta = 0.003$ 以上の範囲においては人口 1 人当たり（per capita）の経済成長率がプラスであることもわかる（以上、次頁の図Ⅳ-1b 参照）。

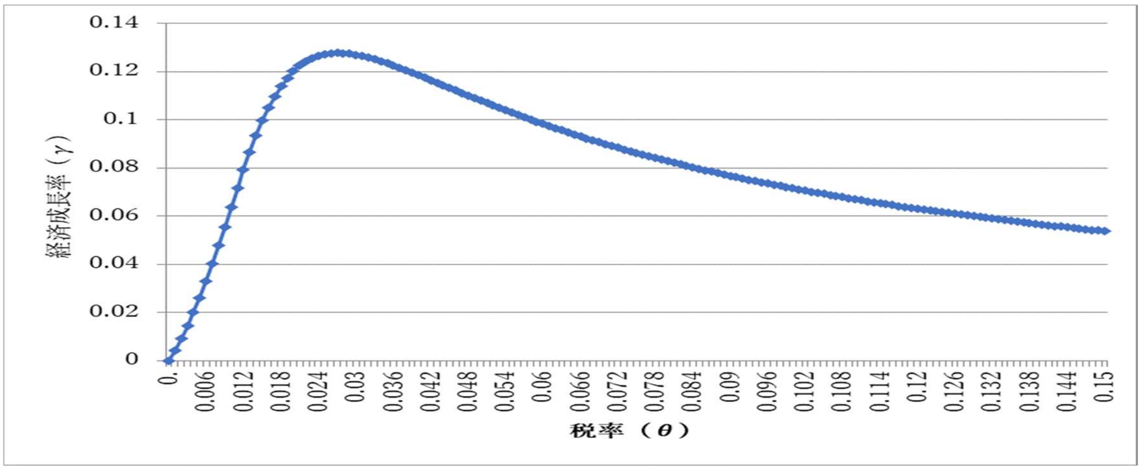
③土地の有効利用度（L_m/L）に及ぼす影響

この点につき、(3-4)より定常的成長均衡における土地の有効利用度についても、経済成長率と同様、g の単調増加関数になることから、$\theta = 0.027$ 付近で最大化される。そして、最大値は、$L_m/L = 0.506$ である（以上、次頁の図Ⅳ-1c 参照）。

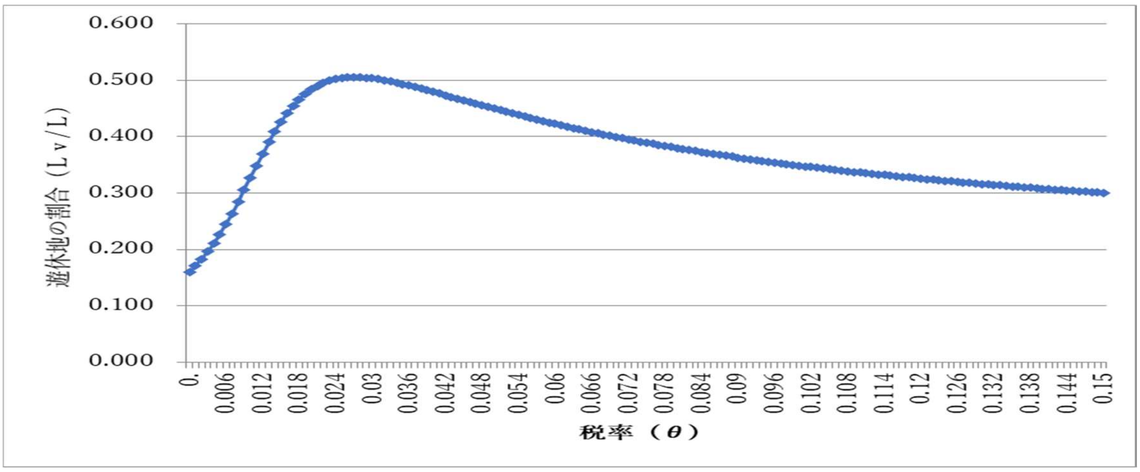
図Ⅳ-1a　所得税率（θ）が社会資本－民間資本比率（g）に及ぼす影響



図Ⅳ-1b　所得税率（θ）が経済成長率（γ）に及ぼす影響



図Ⅳ-1c　所得税率（θ）が土地有効利用度（L_m/L）に及ぼす影響



表Ⅳ-2　出生率（b）が及ぼす影響

b	g	c	v	γ	γ -n	Lm/L
0.005	0.043447	0.15516	-22.6948	-0.00357	0.002431	0.150467364
0.006	0.044974	0.159965	-18.0599	-0.00147	0.003528	0.155754731
0.007	0.046724	0.165444	-14.7349	0.000923	0.004923	0.161814822
0.008	0.048743	0.171731	-12.2254	0.003676	0.006676	0.168808327
0.009	0.05109	0.178992	-10.256	0.006861	0.008861	0.176936109
0.010	0.053837	0.187428	-8.66026	0.01057	0.01157	0.18644908
0.011	0.057074	0.197289	-7.3311	0.014917	0.014917	0.19765905
0.012	0.060912	0.20887	-6.19562	0.020039	0.019039	0.210948966
0.013	0.065482	0.222519	-5.2016	0.026098	0.024098	0.226779108
0.014	0.070941	0.238622	-4.30977	0.033278	0.030278	0.245683326
0.015	0.077456	0.257577	-3.48929	0.041777	0.037777	0.268247018
0.016	0.085198	0.27975	-2.71521	0.051784	0.046784	0.295058972
0.017	0.094316	0.305406	-1.96711	0.063453	0.057453	0.326636084
0.018	0.104913	0.334643	-1.22875	0.076875	0.069875	0.36333478
0.019	0.117024	0.367345	-0.48795	0.09205	0.08405	0.405278511
0.020	0.130611	0.403185	0.263462	0.108889	0.099889	0.452332117
0.021	0.145569	0.441672	1.030077	0.127225	0.117225	0.504133902
0.022	0.161749	0.482229	1.813601	0.146849	0.135849	0.56016844
0.023	0.178981	0.524263	2.613736	0.167535	0.155535	0.619849169
0.024	0.197097	0.567226	3.428967	0.189067	0.176067	0.68258607
0.025	0.215936	0.610634	4.257169	0.21125	0.19725	0.747828847
0.026	0.235357	0.654086	5.096011	0.233917	0.218917	0.815087808
0.027	0.255237	0.697253	5.943184	0.256927	0.240927	0.883939287
0.028	0.275474	0.739875	6.796527	0.280166	0.263166	0.954022461
0.029	0.295978	0.781748	7.654072	0.303538	0.285538	1.025032168
0.030						

（注意）上記の表において、$b = 0.030$ に対応する各値が空欄（斜線）になっているのは、解が発散し、数値計算の結果が得られないからである。また、$b = 0.029$ に対応する土地有効利用度が 1 を超えているのは、$L = 15$　と、低い値に設定しているからである。

（4）出生率の上昇が及ぼす影響

ここでも、（2）で設定したパラメータに基づき、数値計算による分析を行う。しかるに、（3）とは異なり、所得税率を$\theta = 0.025$に固定し、出生率bを 0.005 から 0.030 まで、0.001 の幅で増加させ、それぞれのbのもと、3 つの内生変数g ,c及びvの値を求める。

出生率bの各値に対応し、経済成長率（γ）、1 人当たり(per capita)の経済成長率（$\gamma - n$）、土地有効利用度（L_m/L）のとる値を、g ,c, v の値とともに、上の表Ⅳ-2 にまとめる。

表からわかるように、出生率が$b = 0.019$

以下（人口増加率が $n = 0.008$ 以下）である場合、v がマイナスの値をとり、解は適切とは言えない。そこで、表Ⅳ-2 のうち、解が導出され、かつ適切な値をとる $b = 0.020$ から $b = 0.029$ の範囲で分析結果を整理する。

出生率 b が大きな値をとるほど、社会資本－民間比率 g が大きくなり、経済成長率 γ ならびに土地有効利用度 L_m/L とも大きくなる。経済成長率 γ については、$b = 0.020$ から $b = 0.029$ の範囲のすべてにおいて人口成長率 n の値よりも大きくなり、人口成長を上回る経済成長、つまり、人口 1 人当たり（per capita）の経済成長が可能となることがわかる。

上記の分析結果は、経済成長と土地の有効利用を促すため、出生率を高めるような経済政策が必要であることを示唆している。この点につき、経済成長の理論に関する先行研究を概観するに、Lucas[1988]では、国家間の所得と経済成長率に格差が見られる現象に着目し、特に労働人口の増加が人的資本の蓄積を通じ、高い成長をもたらす可能性に言及されているのに対し、先述したように、Rabenau[1979]では、人口集中が正の外部効果のみならず負の外部効果をもたらす観点から分析がなされている。

これに対し、佐藤[2017]は、少子高齢化の進行に伴い、地方の衰退が顕著になる状況のもと、出生率等の人口動態に大きな地域差が見られる現象に着目し、むしろ、人口が集中する大都市において子育てのための居住スペースが不足する等、集積がもたらす混雑の不経済が出生率を低下させる可能性があることを主張した。

佐藤[2017]において強調されていたが、出生率の地域差を生み出す要因を解明する実証研究も含め、現在のところ、人口動態と地域経済政策との関係について、限定された範囲でしか分析がなされておらず、この点に、本研究を拡張する方向を見出すことができる。

Ⅴ　結　論

本論では、奈良[2008]及び奈良[2009]で用いたモデルを改良し、分析を行った。具体的には、各人の一時点における死亡確率が固定されており、かつ各人の寿命が一定の確率分布（幾何分布）にしたがっていることを前提とする Blanchard 型の閉鎖的動学一般均衡モデルを構築し、所得税を財源として建設される社会資本が土地利用転換を含む全ての生産活動に利用されるとともに、土地が遊休地を含む複数の用途に利用される枠組みを設定し、所得税率の変更、また、出生率の上昇が、定常的成長均衡における経済成長率、土地有効利用度に及ぼす影響を分析した。

上記のモデルを用い、Cobb-Douglas 型の生産関数における係数、各生産要素のシェア、資本減耗率、世代間割引率、死亡率、経済全体の土地の総量等の外生変数をある特定の値に固定した数値計算により、定常的成長均衡解に着目した比較静学分析を行った。

分析の結果、所得税率がある値に達するまで、税率の上昇が、社会資本－民間資本比率の増大を通じ、経済成長率、土地有効利用度が高めるのに対し､税率がある値を超えると、税率の上昇により、社会資本－民間資本比率の減少を通じ、経済成長率、土地有効利用度とも低下することがわかった。つまり、奈良[2008]及び同[2009]と同様、ある特定の所得税率のもと、経済成長率、土地有効利用度が、ともに最大化されることがわかった。

また、死亡率が所与のもと、出生率が死亡率を上回る一定の範囲の値をとる場合のみ、適切な定常的成長均衡解が存在するとともに、出生率の上昇が社会資本－民間資本比率の増大を通じ、経済成長率、土地有効利用度ともに高める効果をもたらすことがわかった。加えて、適切な解が存在する範囲においては、人口成長を上回る経済成長が可能である点も判明した。

上記の分析結果は、少子高齢化の進行によ

り、とりわけ地方の衰退が顕著となり、その点が、国全体の経済成長のボトルネックとなる恐れのある我が国において、出生率の向上に結びつく経済政策の立案、実施が不可欠であることを示唆している。

上記に鑑み、本論で行った研究を発展させる方向性として、佐藤[2017]においても課題として提示されている事項、つまり、出生率の地域格差を生み出す要因を実証分析により、明らかにするとともに、そこから得られた知見をもとに、出生率を外生変数ではなく内生変数としてあつかう理論モデルを構築し、分析を行いたいと考えている。その際、閉鎖経済体系として構築した本論の枠組みを、二地域または多地域モデルに拡張する必要がある。

尚、本論では、定常的成長均衡解の動学的安定性、すなわち、民間資本、社会資本、消費水準及び地価がいずれも市場利子率に等しい値で成長もしくは上昇する定常的成長均衡に向かう経路が唯一存在し、適切な初期値の設定のもと、かかる経路を経て、定常点に収束することの証明を回避し、議論を展開したが、この点を解明することも、今後の課題とする。

さらに、定常的成長均衡解の動学的安定性を明確にした上で、経済成長率や土地有効利用度を最大解する所得税率が、果たして、社会的厚生を最大化し得るかを解明することも、あわせて今後の課題とする[1]。

[1] 前出の Futagami,Morita and Shibata[1993]は、生産要素に土地が含まれないモデルにおいて、経済成長率を最大化する税率は社会的厚生を最大化する観点から過大であることを示した。

奈良[2009]は、本論と同様生産要素に土地を含み、かつ、生産的土地と遊休地とが共存するモデルにおいても、偶発的な事象が生起しない限り、経済成長率、土地有効利用度を最大化する税率は社会的厚生を最大化しないことを示した。

付録

付録 1. N.P.G.条件と横断条件の相当性

N.P.G.条件(2-17)と横断条件(2-18)が同値であることを示す。はじめに、

$$\int r(\mu)d\mu = R(\mu)$$

とおくと、

$$\exp\left(-(1-\theta)\int_t^v [r(\mu)+p]d\mu\right)$$
$$= e^{(1-\theta)[R(t)-R(v)+pt-pv]}$$

が成り立つこと（後述する(2-22)式）、及び $e^{(1-\theta)[R(t)+pt]} \neq 0$ であることから、 (2-17)は、

$$\text{(a-1)} \lim_{v\to\infty} a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]} = 0$$

と同値である。他方、(2-16)より、

$$q(s,t) = q(s,s)\exp\left\{\int_s^t [\rho-(1-\theta)r(v)+\theta p]dv\right\}$$
$$= q(s,s)e^{(1-\theta)R(s)-(\rho+\theta p)s} \cdot e^{(\rho+\theta p)t-(1-\theta)R(t)}$$

が得られるから、以下が計算される。

$$q(s,v)e^{-(\rho+p)v}a(s,v)$$
$$= q(s,s)e^{(1-\theta)R(s)-(\rho+\theta p)s} \cdot e^{(\rho+\theta p)v-(1-\theta)R(v)} \cdot e^{-(\rho+p)v}a(s,v)$$
$$= q(s,s)e^{(1-\theta)R(s)-(\rho+\theta p)s} \cdot e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]}a(s,v).$$

しかるに、$q(s,s)e^{(1-\theta)R(s)-(\rho+\theta p)s} \neq 0$ であるから、(a-1)より、以下がしたがう。

$$\lim_{v\to\infty} q(s,v)e^{-(\rho+p)v}a(s,v)$$
$$= q(s,s)e^{(1-\theta)R(s)-(\rho+\theta p)s}\lim_{v\to\infty} a(s,v)e^{-(1-\theta)[R(v)+pv]} = 0.$$

上記は、(2-17)と(2-18)の同値性を意味する。

付録 2. 人口増加率の導出

ここでは、(2-32)の導出過程を示す。

(2-30)の両辺を、時間 t で全微分することにより、以下を得る。

$$\dot{N}(t) = -pN(t) + N(t,t).$$

上記の両辺を$N(t)$で除し、出生率に関する仮定（2-1②）により、$N(t,t)=bN(t)$であることを考慮すると、(2-32)が得られる。

付録3. 各人の期待寿命の導出

補題 2-1 により、各人の寿命xに関する確率密度関数は、$f(x)=pe^{-px}$であることから、その期待値は、$\int_0^\infty tf(t)dt$で与えられる。

上記に関し、次の部分積分を行い、

$$\int_0^\infty tf(t)dt=\int_0^\infty tpe^{-pt}dt=p\int_0^\infty te^{-pt}dt$$

$$=p\left\{\frac{1}{p}\int_0^\infty e^{-pt}dt-\left[\frac{1}{p}te^{-pt}\right]_0^\infty\right\}$$

$$=p\left\{\frac{1}{p}\left[-\frac{1}{p}e^{-pt}\right]_0^\infty-\left[\frac{1}{p}te^{-pt}\right]_0^\infty\right\}$$

が計算される。上記の第2項目にロピタルの定理を適用すると、

$$\lim_{t\to\infty}\frac{t}{e^{pt}}=\lim_{t\to\infty}\frac{1}{pe^{pt}}=0$$

であるから、

$$\int_0^\infty tf(t)dt=p\left\{\frac{1}{p}\cdot\left(0+\frac{1}{p}\right)-\left(0-0\right)\right\}=\frac{1}{p}.$$

付録4. 財市場の需給均衡式(2-48)の導出

はじめに、資産市場の需給均衡式(2-42)の両辺を時間tで微分し、(2-36)に適用すると、

$$\dot{K}_m(t)+\dot{q}_L(t)L$$
$$=r(t)A(t)+w(t)N(t)-C_m(t)$$
$$-\theta[r(t)+p]A(t)-\theta w(t)N(t).$$

上記の右辺に政府部門の均衡式(2-49)及び労働市場の需給均衡式(2-38), 資産市場の需給均衡式(2-42)を適用すると、

$$\Leftrightarrow C_m(t)+\dot{K}_m(t)+G(t)+\dot{q}_L(t)L$$
$$=r(t)[K_m(t)+q_L(t)L]+w(t)[N_m(t)+N_b(t)]$$

$$\Leftrightarrow C_m(t)+\dot{K}_m(t)+G(t)+\dot{q}_L(t)L$$
$$=r(t)q_L(t)L+w_b(t)N_b(t)$$
$$+(r_m(t)-\delta)K_m(t)+w_m(t)N_m(t).$$

上記の右辺第1項に(2-45)を適用すると、

(a-2)

$$C_m(t)+\dot{K}_m(t)+\delta K_m(t)+G(t)$$
$$=[\pi_m(t)-p\phi(t)K_m(t)]L$$
$$+w_b(t)N_b(t)+r_m(t)K_m(t)+w_m(t)N_m(t).$$

ここに、上記の右辺第1項に(2-40)を適用し、右辺を整理すると、

$$\pi_m(t)L-p\phi(t)K_m(t)L$$
$$+w_b(t)N_b(t)+r_m(t)K_m(t)+w_m(t)N_m(t)$$
$$=[\pi_m(t)-p\phi(t)K_m(t)]L_v(t)$$
$$+[r_m(t)K_m(t)+\pi_m(t)L_m(t)+w_m(t)N_m(t)]$$
$$+[w_b(t)N_b(t)-p\phi(t)K_m(t)L_m(t)].$$

上記の右辺に(2-9'), (2-39),(2-41),(2-46)を適用し、(a-2)の右辺に適用すると、

$$\pi_m(t)L-p\phi(t)K_m(t)L+w_b(t)N_b(t)$$
$$+r_m(t)K_m(t)+w_m(t)N_m(t)=Y_m(t)$$

が得られ、(2-48)がしたがう。

参考文献

[1]Arrow,K.J.[1962]“The Economic Implications of Learning by Doing,” *Review of Economic Studies*,29,155-173.

[2]Ascari,G and Rankin,N.[2007] “Perpetual Youth and Endogenous Labour Supply: A Problem and a Possible Solution,” *Journal of Macroeconomics*,29(4), 708–723.

[3]Barro,R.J.[1990]“Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth,” *Journal of Political Economy*,98,s103-s125.

[4]Barro,R.J. and Sala-i-Martin[1992],“Public Finance in Models of Economic Growth,” *Review of Economic Studies* ,59,645-661.

[5]Blanchard, O. J. [1985] “Debt, Deficits, and Finite Horizons,” *Journal of Political Economy*, 93(2), 223–247.

[6]Buiter,W.H.[1984],“Saddlepoint Problems in Continuous Time Rational Expectations Models:A General Method and Some Expectatious Macroeconomic Examples,” *Econometrica*,52,665-680.

[7]Diamond,P.A.[1965]“National Debt in a Neoclassical Growth Model,” *American Economic Review*,55,1126-1150.

[8]Futagami,K and Morita,Y and Shibata,A[1993] “Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital,” *Scandinavian Journal of Economics*,95,607-625.

[9]Kamien,M.I.and Schwartz,N.L.[1991]*Dynamic Optimization*,North-Holland.

[10]国土交通省編[2014]『国土交通白書 2014 －これからの社会インフラの維持管理・更新に向けて－時代を越えて受け継がれる社会インフラの構築』日経印刷株式会社.

[11]国土交通省編[2018]『平成 30 年版土地白書』株式会社キタジマ.

[12]厚生労働省[2018]「平成 30 年(2018)人口動態統計の年間推計」、https://www.mhlw.go.jp/toukei/saikin/hw/jinkou/suikei18/index.html（2019 年 1 月 8 日付）.

[13]厚生労働省[2017]「第 2 回社会保障審議会年金部会年金財政における経済前提に関する専門委員会参考資料集」、https://www.mhlw.go.jp/stf/shingi2/0000179951.html（2019 年 1 月 8 日付）.

[14]Lucas,R.E.[1988] “On The Mechanics of Economic Development,” *Journal of Monetary Economics* ,22,3-42.

[15]内閣府経済社会総合研究所[2018]『平成 28 年度国民経済計算年報』メディアランド.

[16]奈良　卓[2008]「集積の経済と都市の成長－公共投資と土地の有効利用－」『八戸大学紀要』36,39-58.

[17]奈良　卓[2009]「集積の経済と都市の成長－社会的厚生に関する一考察－」『八戸大学紀要』38,17-31.

[18]奈良　卓[2016]「税収配分が地域間人口分布と土地利用に及ぼす影響」『八戸学院大学紀要』52,1-27.

[19]野口悠紀雄[1985]「土地課税が都市的土地利用に与える影響」『経済研究』36,15-22.

[20]Rabenau.B.[1979]“Urban Growth with Agglomeration Economies and Diseconomies,” *Geographia Polonica* ,42,77-90.

[21]佐藤泰裕[2017]「人口動態の空間経済分析」『現代経済学の潮流 2017』127-163.

[22]総務省統計局.[2018]「人口推計　平成 30 年（2018 年）12 月概算値）」、https://www.stat.go.jp/data/jinsui/new.html（2019 年 1 月 8 日付）.

[23]東京都都市計画局[2004]『都市計画のあらまし』平成 15 年版、東京都生活文化局.

[24]Weil,P.[1989]“Overlapping Families of Infinitely-Lived Agents,” *Journal of Public Economics* ,38,183-198.

[25] Yaari, M.E. [1965] “Uncertain Lifetime, Life Insurance and the Theory of the Consumer”, *Review of Economic Studies* ,32, 137-1350.

執筆者紹介（所属）
八戸学院大学地域経営学部地域経営学科教授

Abstract

Assuming the situation where land used for production coexists with vacant land, we construct a Blanchard[1985]-type continuous-time overlapping generations model where each representative agent dies on a distinct probability distribution and the government constructs public infrastructure financed by income tax ,that is the engine of economic growth.

Using the model, we investigate the effects of raising the tax rate on the public capital - private capital ratio, the rate of economic growth and the ratio of land used for production in the total land. We also verify the effects of rising birth rate on the same problems as before.

The results of analysis are as follows. We can maximize the public - private capital ratio, the rate of economic growth and the degree of effective land use by selecting a certain tax rate. And rising birth rate could enhance both economic growth and the degree of effective land use throughout the higher public - private capital ratio.